R

161

Math. P. 761

Matheseis pura. Arithmetica
Systemata & methodi 200.

R

Der
Curieuse und selbst-lehrende
Rechen-Meister/
Das ist
Theoretisch-Practische
Rechen-Kunst/

Worinnen die so genannte Species, in gantzen und gebrochenen Zahlen/ die Extractiones Radicis quadratæ und Cubicæ, die Neperische Stäbleins-Rechnung/ die Decimal-Arithmetic, die Regulæ Proportionum, nebst dem Grunde der Welschen so genannten *Practic*, Item die *Progressions*-Rechnungen/ und *Logarithmi*, nebst dem *Calculo Astronomico* und *Algebraico* dergestalten klärlich vorgetragen werden/

So daß ein jeder Liebhaber solche gantz leicht wird erlernen können/

Nach dem unbetrüglichen Grunde der Mathematic aufs deutlichste abgefasset

Von

Johann Ulrich Müller/
Mathematophilo.

Ulm/ in Verlag Georg Wilhelm Kühnen, 1704.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Gunst-gewogener Leser.

JCh überreiche demselben hiermit meinen Rechen-Meister wohl-meynend/ verhoffende/ er werde selben so geneigt auf- und an-nehmen/ als willig ich ihne über lasse. Er ist auß sonderbarer Affection gegen denselben verfasset worden; wie solte ich dann zweiflen/ daß er von selbem nicht

nicht gütig solte auf und angenommen werden: Besonders da er eine der schönsten Wissenschafften und Künste erklähret/ und sie so deutlich/ als es sich thun läßt/ durchgehends mit gebührenden Exempeln beleuchtet. Es ist ja ernannte Rechen-Kunst ohne deme die Thür zur Mathematic, und stehet einem jeden tugendhafften Gemüthe rühmlich an/ sie dienet einem jeden Stande/ und kan man sich damit so wol in zuläßlicher Ruhe/ als auch in mühseligem Handel belustigen/ sie zihret einen General so wol als einen Staats-

Mann / so daß / wo man solche der Welt benehmen würde / man wenig menschliches mehr darinnen zu hoffen hätte / wie Plato schreibet.

Dise edle Kunst ist nun hierinnen nach erwünschter Methode so deutlich vorgetragen / daß ich mich nicht scheue / zu sagen / daß einer selbe bald von sich selbsten wird fassen können / oder nur eine kurtze Anweisung zur Information nöthig haben. Zu deme scheue ich mich nicht / zu bekennen / daß sie auß denen vortrefflichsten Künstlern dieser Zeit /

verabfasset worden / besonders aber bin ich neben andern berühmten Autoren dem Hochgelehrten Jesuiten Schotto, wie nicht weniger dem noch nie genug belobten Herrn Professori Sturmio in vielen Stücken nachgegangen / um selbige Männer auch der Teutschen Welt bekannt zu machen / als welche verdienen / daß ihr Lob sich täglich ergrössere / und hoffe ich / sie werden deßwegen nicht übel deuten / daß ich ihnen hierinnen verschiedenes klüglich abgeborget / in deme gantz nicht der Meynung

gewesen / sie hierdurch ihres gebührenden Ruhms zu berauben / oder mich mit fremden Federn zu schmücken / sondern selben vielmehr geziemend zu ergrössern. Anbey aber habe auch von dem meinigen hin und wider was beygefüget welches der geneigte Liebhaber von selbsten in durchlesung dieses sehen wird. Solte wider verhoffen ein und anderer Fehler mit eingeschlichen seyn / so gedencke derselbige / daß auch die Sonne selbsten nicht sonder Flecken seye / und beliebe mit seiner beywohnenden Bescheidenheit solchen zu verbessern / in dessen

wünsche demselben alle selbst verlangte Zufridenheit / und verharre /

so lang ich lebe

Dessen Ergebenster Diener

Der Autor.

Der Practischen Rechen-Kunst Erster Theil/

Das 1. Capitel. Von Außsprechung der Zahlen.

DIe Practische Rechen-Kunst ist eine Wissenschafft / so mit denen Zahlen umgehet; von denen sie auch den Namen und Ursprung bekommen. Dann bey den Griechen / so vor den Lateinern die Rechen-Kunst außgeübet / heisset eine Zahl ἀριθμὸς, worvon das Wort ἀριθμιτικὴ d. i. die Wissenschafft der Zahlen hergeleitet worden. Diese Wissenschafft nun dienet der gantzen Mathematic, und einem jeden Stande / so daß Plato selbsten sagen dorffte / daß die/so da diese edle Wissenschafft hinweg nehmen wolten/alles menschliche der Welt entzögen / weilen sonder selbe nichts würde bestehen können. Dieser

Ursachen halber nennet sie auch vorerwehnter Plato der Mathematic anderer Flügel/ uñ wolte hiermit andeuten / daß die jenigen/ so da in der Mathematic den höchsten Gipfel erlangen wolten/ sich vorher in der Rechen-Kunst rechtschaffen üben müßten.

Wir machen den Anfang von Leß- und Außsprechung der Zahlen.

§. 1.

Da dann anfänglichen zu mercken/ daß die bequemste Art alle Zahlen außzutrücken / und zu bemercken/ diese seye / daß nemlichen durch nachfolgende zehen Zeichen man solche vorstellig mache:

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.

da dann das erste Zeichen 1. Eins bedeutet; 2. Zwey/ 3. Drey/ 4. Vier/ etc. die letztere Nulla (0) bedeutet an und für sich selbsten nichts / doch vermehret sie der andern Valor und Gültigkeit/ wo sie vor selben stehet. Und diese Zeichen seyn von denen Indianern und Arabern auf uns kommen / mit dem Beding/ daß sie einzeln/ wie schon gedacht / sich selbsten einfach biß auf Neune hin/ vorstellten; wo aber viele miteinander vereinbart stünden/ die erste rechter Hand sich selbsten einfach / die zweyte zehenfach/ die dritte hundertfach/ die vierdte tausendfach / die fünffte zehen tausend fach / die sechste hundert tausend fach 2c. außtrückete/ und dieses alsofort auf unendlich hin auß immer in zehen-

facher Proportion. Damit man nun eine jede vorgegebene Zahl recht und gebührend außsprechen könne/ so mercke man nachfolgendes.

1. Theile man die vorgegebene Zahl in kleinere membra, und fange rechter Hand an gegen die lincke zu fortfahrend/ mache jedesmal unter die vierdte Figur einen Punct/ lasse dann zwey aussen / und mache unter die siebende wieder einen / dann unter die zehende / und wieder unter die dreyzehende / u. s. f. so daß jedesmal nach dem letzten Punct zwey Figuren zu stehen kommen.

2. Uber die Figur deß zweyten Puncts setze man ein Strichlein / über deß vierdten Puncts seine zwey / über deß sechsten seine drey Strichlein / und so fort von der rechten gegen der lincken Hand zu: Und mercke man/ daß das erste und einzele Strichlein die Millionen / die zwey Strichlein die zwey Millionen / und die drey Strichlein die drey Millionen etc. bemercken. Diesem nach müßte man nachgesetzte Zahl also in ihre Membra eintheilen:

```
|||      ||      |
7 6 9 7 4 3 2 3 2 9 0 8 9 5 6 2 4 3 6
 .     .     .     .     .     .
```

und außsprechen: Sieben Dreymillionen oder Trillionen / sechshundert sieben und neunzig tausend vierhundert und zwey und dreyssig Zweymillionen oder Billionen / dreyhundert und neun und zwantzig tausend und 89. Millionen/

lionen / fünffhundert und zwey und sechzig tausend / vierhundert und sechs und dreyssig.

N. Andere lesen und sprechen die Zahlen was anderst auß / fangen lincker Hand an / sagen so offt tausend / als viel Puncten vorhanden seyn / und zu letzt bey dem letztern Punct ohn einen fügen sie hinbey tausendmal tausend:

Spreche man diesem nach vorgemelte Zahl also auß:

7 6 9 7 4 3 2 3 2 9 0 8 9 5 6 2 4 3 6
. . . . mal .

Sieben t. t. t. t. tausend mal t. sechshundert und 97. t. t. t. tausend mal tausend / vierhundert und 32. t. t. tausend mal tausend / 3. h. 29. t. tausend mal tausend / 89. t. mal tausend / 5. h. 62. t. 4. h. und 36.

Alleine ist die erste Art leichter und kürtzer.

Etliche Porismata, worauß die Rechnungs-Operationen fliessen.

Erstes Porisma.

Wann man der Zahl A, so auß vielen andern Zahlen bestehet / annoch eine Zahl vorsetzet / so vermehrt sich derer Gültigkeit auf zehenfach / setzet man ihr zwehe vor / so vermehrt sie sich

sich hundertfach / wo dreye / so steiget sie 1000. fach / und s. f. immer nach zehenfacher Proportion.

	243	0
A 243	243	00
	243	000

Beweiß. Dann wann man der gantzen Zahl A eine Nulle vorsetzet / (durch die Nullen kan man auch andere Zahlen verstehen /) so rücken alle Zahlen darinnen um eine Stelle fürter / so daß 3 nun an der andern / 4 an der dritten / und 2 an der vierdten Stelle zu stehen kommet / und sich daher die Gültigkeit einer jeden zehenfach vermehret / wie auß dem 1. Cap. mit mehrerm erhellet. Dahero vermehret sich die Gültigkeit der gantzen Zahl A zehenfach. Gleichermassen wann man vorbesagter Zahl A zwey Nullen vorsetzet / so steigen jede Zahlen darinnen um zwey Stellen / vermehret sich diesem nach die Gültigkeit aller / und folgbar auch der gantzen Zahl A hundertfach / u. s. f.

Corollarium. Dahero erhellet / wann man vor die 2. Zahlen a und b gleich viele Nullen setzet / daß sie c und d werden / so dann bemeldte c und d, der Zahlen a und b æquè multiplices oder gleichvermehrte Zahlen werden. Dann wann man vor jede eine Nulle setzet / so seyn gleichermassen c und d der Zahlen a und b decupli oder zehenfach / setzet man aber 2. Nullen

vor/ so seyn beyde gegen den ersten hundertfach/ u. s. f. a 32. 3200 c.
b 7. 700 d.

2. Porisma.

Diese ist unter zweyen Zahlen / die grössere/die auß mehrern notis bestehet.

1000 A.
999 B.

Dieses erhellet auß der ersten Anordnung der Zahlen: Also ist A grösser dann B.

3. Porisma.

Unter denen Zahlen / so auß gleich vielen notis bestehen / ist diejenige grösser / derer letzte nota grösser ist.

C. 2000. C. 34299.
D. 1999. D. 24399.

Also ist C grösser dann D / und dieses erhellet auch auß der ersten Anordnung der Zahl-Noten.

4. Porisma.

Wann 2. ungleiche Zahlen A und B / so auß gleich vielen notis bestehen / seyn / so wird die kleinere in der grössern weniger dann zehen mal begriffen werden.

A. 2999
B. 2000
E. 2000|0

Beweiß. Dann man thu zu der kleinern Zahl B eine Nulle/ so daß sie E wird / so ist nach dem 2. Porism. E grösser dann A. Nun ist aber

E ge-

E gegen der gegebenen Zahl B zehenfach nach dem 1. Porism. dahero ist A gegen B nicht zehenfach/ welches zu beweisen war.

5. Porisma.

Es seyen gegeben die grössere Zahl A, die kleinere B, und übertreffe die grössere A die kleinere B um eine Noten/ alleine sey die letzte Nota der kleinern Zahl B (3) grösser dann die letzte Nota der grössern Zahl A. So sage ich / daß die kleine Zahl B in der grössern A weniger dann 10. mal begriffen seye.

A 2999
B 300
E 300|0

Beweiß. Dann man füge der kleinern Zahl B noch eine Nullen bey/ so daß sie E werde/ so wird nach dem 3. Porism. E grösser dann A seyn. Nun ist aber E gegen der kleinern Zahl B zehenfach / nach dem 1. Porism. dahero ist A kleiner dann zehenfach gegen B. W. Z. B. W.

6. Porisma.

Wann zwey Zahlen A und B gegeben werden / und der einen erste nota c eine andere notam der andern Zahl d, so der Stell noch höher ist dann die erste / aber nur so genommen wird/ als ob sie allein stünde/ multipliciret / und das Product e der Stell nach wie e erhöhet/ und vor selbe so viel Nullen setzet / als viel Noten vor d stehen/ wie f; So sage ich/ f seye das wahre Product, so nach deß Orts Gültigkeit geschätzet

wird / wann man d nach deß Orts Gültigkeit genommen mit c multipliciret.

d

3,042 A

c

517 B

e. 21

f. 21000

Beweiß. Es seye die Nota d, nach deß Orts Gültigkeit geschätzet g, dann multiplicire c die Zahl g, und bringe z, da soll man beweisen/ f seye z. Weilen nun c, so die Zahlen d und g multipliciret / die Zahlen e und z hervor gebracht / so verhält sich nach 17. VII. d gegen g, wie e gegen z. Nun verhält sich aber auch d gegen g, wie e gegen f. (dann weilen g und f eben die Zahlen d und e seyn/ die man gleich erhöhet/ d. i. vor sie eben so viel Nullen setzet / wie der Satz gelautet / als erhellet auß dem Corollar. deß 1. Porism. daß g und f æquè multiplices der Zahlen d und e seyen) Hat diesemnach e gegen z und f einerley Proportion. Seyn demnach nach 9. V. z und f einander gleich. W. z. b. w.

d 3	3,000 g
	c 7
	z
e 21	f 21000

7. Porisma.

Es seyen hinwiederum gegeben die Zahlen A und

A und B. Wann man nun 2. notas von beyden Zahlen/ k und d einfach genommen in einander multipliciret / und das product c an die / auß beyder multiplicirender Zahlen Stellen zusammen gesetzten Stelle erhöhet / und so viel Nullen vor c setzet / als viel Zahlen vor k und d stehen. So hat man das wahre Product f, auß k und d, nach deß Orts Gültigkeit geschätzet.

d
3,042 A
k
517 B

c 15. m. 15000
f 15,000,00

Beweiß. Es seyen k und d nach deß Orts Gültigkeit geschätzet/h und g. Dann multiplicire man h in g, so käme z. Nun soll man beweisen/ f seye z. Man setze vor das Product c auß k in d, so viel Nullen / als viel vor g Zahlen stehen/wie m. So wird m nach vorhergehendem Porism. das Product auß k in d, der Stelle nach geschätzet seyn/d. i. auß k in g. Weilen so dann m der Construction nach/ c ist / mit so vielen Nullen vor sich/als viel in A vor d Zahlen seyn/ f aber dem Satz nach eben auch c ist / aber mit so viel Nullen vor sich / als viel in A und B Zahlen vor d und k hergehen/als ist klar/daß die in f vor c stehende Nullen / die/so in m vor c stehen/ um so viel Nullen übertreffen / als viel in B vor

k sich befinden / d. i. um so viel Nullen / als viel in h vor k stehen/ indeme h selbst k ist/ wo mans der Stelle nach schätzet.

Seyn demnach nach dem Corollar. deß 1. Porism. n und f æquè multiplices von k und m. Wie sich demnach verhält k gegen h, also verhält sich m gegen f. Nun verhält sich aber auch nach 18. VII. k gegen h, wie m gegen z; dann k, wie oben gewiesen worden / wo es g multipliciret/ m hervor bringet / und h dem Satz nach/ wann es g multipliciret/z hervor bringet. Verhält sich diesem nach m gegen f eben also/wie gegen z. Dahero seyn nach 9.V. f und z einander gleich. W. z. b. w.

Auß diesem und dem vorhergehenden Porism. ist die Multiplication demonstrirt.

k	5	5,00	h
d	3	3,000	g
		z	
m.	15,000.	c 15,000,00	f

8. Porisma.

Es seyen gegeben die zwo Zahlen A B und C: wann nun C das membrum A einfach genommen theilet / und man den Quotientem d an die Stelle deß membri A erhöhet / d. i. vor d so viel notas setzet / als viel vor dem membro A stehen / wie in f, so sage ich / daß f der wahre Quotient seye / der auß dem nach der Stelle geschätzten membro A herauß kommet/wann man es durch 6. dividiret.

A	B	C 60 C
360/	5897	6 d
		60000 f.

Beweiß. Das nach der Stelle Gültigkeit geschätzte Membrum A seye g. wann nun C solches dividiret / so bringe es z. Nun aber soll man beweisen/daß f, z seye. Weilen C, wann es die Zahlen A und g dividiret / die Quotienten d und z hervorbringet. So heißt es nach 18. VII. wie sich verhält A gegen g, also verhält sich auch d gegen z. Nun verhält sich aber auch A gegen g, wie d gegen f (dann weilen g und f selbsten die auf gleiche Stelle erhöhete Zahlen A und d seyn/d.i. nach dem Satz eben so viel notas vor sich stehen haben / als erhellet auß dem Coroll. deß 1. Porism. daß g und f der Zahlen A und d æquè multiplices seyn) verhält sich diesemnach d eben so gegen f wie gegen z. Ist demnach f nach 9. V. z. W. z. b. w.

A	g
360	360/0000
c	
60	
d6	6/00 00
	z———

Auß diesem Porismate beweiset sich die Division.

Das 9. Porisma.

Das Kunst-Stück der rechnerischen Operationen / der Addition, Subtraction, Multiplication und Division bestehet darinn / daß/ indeme

me wir operiren / wir die Gültigkeit der Stelle in etwas auf die Seiten setzen / und die notas nach der einfachen Gültigkeit nehmen / doch so / daß in der Addition die Summen / in der Subtraction die Reste / in der Multiplication die Producta, und in der Division die Quotienten an ihre gehörige Stellen gesetzet werden / und daher kommts / daß jedem seine gebührende Gültigkeit wieder zuwächset.

Das 10. Porisma.

Wann eine einfache Nota eine jede Zahl multipliciret oder dividiret / so vermehret oder vermindert sie selbige nur um eine einzigen Noten oder Stelle.

A 365 A 365 ($36\frac{5}{10}$
10 10

3650

Es werde gegeben die Zahl A, wann man nun solche durch 10. multipliciret / so wird sie nur um eine Stuffen oder Stelle erhöhet / wie auß dem 1. Porism. erhellet. Dahero wird selbe auch nicht mehrers erhöhet / wann man sie durch eine einfache notam multipliciret.

Hinwiederum wann man A durch 10. dividiret / so verringert sie selbe nicht völlig um eine Stuffen / noch vielweniger thut das eine einfache Zahl / dann je grösser der Divisor, je kleiner der Quotient, und je kleiner der Divisor, je grösser der Quotient.

Das

Das 2. Capitel.

Von der Addition.

DIe Addition ist zweyer oder mehrern Zahlen gleicher Benennung Zusammensammlung in eine Summen. Zahlen von gleicher Benennung seyn / die da einerley Sachen/als Gülden/Batzen/Pfenning/Heller/Mittlen/Pfund etc. bemercken.

Die Addition gebührend zu verrichten / mercke man nachfolgendes:

1. Setze man die zu addirende Zahlen so unter einander/daß die erste Figur einer Reihe gerad unter der ersten der andern Reihen / und die zweyte der einen unter der zweyten der andern etc. von der rechten Hand an zu stehen komme / und dieses deßwegen/ damit die einfachen unter den einfachen / die zehenfachen unter die zehenfachen/etc. gesetzet werden / und wo ein Excess in einer oder mehrern Reihen sich findet/ so lasse man selben lincks übrig / wie beydes auß nachgesetzten Exempeln erhellet:

			80734
A	4232	B	12201
	2534		12302
	6766		105237

	C		D
	32545		82013
	1523		97086
	34068		179099

	E
	740937
	80537
	821474

2. Ziehe man eine Linie unter die Zahlen/ wie in obigen Exempeln geschehen / und fange bey der rechten Hand gegen die lincke zu an/ also: Sammle die einfachen Zahlen in eine Sum̄ zusammen / d. i. nehme die in der ersten Zeilen unter einander stehende Zahlen zusammen/ und schreibe die daher entstehende Summ gerad darunter/unter die Linie; dann sammle die zehenfachen/oder die in der zweyten Zeilen begriffene Zahlen ebnermassen also zusammen / und schreibe die Summ unter die Linie. Und also verfahre auch mit denen Reihen / so noch übrig seyn. Wann nun die Summ auß denen colligirten Zahlen einer Zeilen mit einer Figur kan bemercket werden / so schreibe sie gantz unter/hat sie aber mehr Zahlen/so setze nur die erste davon / d. i. die / so rechter Hands stehet / die zweyte aber behalte im Sinn/und nehme sie zur folgenden Zeilen. Also sage man im ersten Exempel A: 2 und 4 machen 6/ setze demnach 6 unter die Linie. Item/ 3 und 3 machen auch 6/ schreibe also wieder 6 unter: 5. und 2. machen 7/ die-

7/diese setze gleichermassen unter. Und letztens/ 4 und 2 machen auch zusammen 6/die man demnach ebner massen hin unter die Linie schreibet. Im andern Exempel sage man: 2 und 1 und 4 geben 7/ diese setz unter: item/0 und 0 und 3 machen 3/setze demnach 3 unter; item/ 3 und 2 und 7 machen 12/ schreibe demnach 2/ und behalte 1/ und sage/ 2 und 2 und 0 machen 4 / und das 1/so man behalten darzu/ bringen 5 / diese setz; ingleichen 8 und 1 und 1 geben 10/ diese setze völlig unter / nach deme was wir bald sagen werden.

Die Ursach dieser im Sinn Behaltungs- und Unterschreibungs-Art ist/ damit die einfache Zahlen unter die einfachen / die zehenfachen unter die zehenfachen / und die hundertfachen unter die hundertfachen zu stehen kommen.

3. Wann auß der Addition der Figuren von der letzten Zeil eine Zahl von mehr dann einer Figur herauß kömmt/so behalte man nichts im Sinn / sondern schreibe sie alle unter die Linie/wie in dem Exempel B und D / da in dem ersten 10 herauß kommen / im zweyten aber 17/ weßwegen man auch im ersten 10 / im zweyten aber 17 untersetzet. Die Ursach dessen ist/weilen alsdann keine Zahl mehr folget / derer man die Figur/die man im Sinn behalten solte/ beyfügen könte.

4. Wann in einer oder anderer Reihe der Zahlen/ die man addiren soll / lincker Seits ein Excess vorhanden / wie in denen Exempeln C

und

und E/ so schreibe selben unter die Linie zu der Summen gegen die lincke Hand in gleicher Ordnung / wie man ihn über der Linie findet/ wo man nicht von denen vorhergehenden Zahlen etwas im Sinn behalten / in welchem Fall man selbes dem Excess beyfügen / und das gantze aggregat unter die Linie setzen muß / wie in denen Exemplen C und E geschehen.

5. Wo eine Nulle unter denen Zahlen/ die man addiren soll / gefunden wird / so lasse man selbige fahren/und setze nur die bedeutende Zahlen oder derer Summen besagter Weise nach unter die Linie/wie im Exempel B. Wann dann in einer gantzen Zeilen durch keine bedeutende Zahl sondern / lauter Nullen gefunden werden/ wie im Exempel D/ so setze man unter die Linie nur eine Nullen/wo nicht auß vorhergehender Zeile etwas im Sinn behalten worden / da man statt der Nullen die behaltene Figur setzen muß/ wie im Exempel E.

N. Andere haben auch andere Additions-Arten im Gebrauch/ da man nemlichen nichts im Sinn behalten/ sondern alles schreiben kan/ welches zwar leichter fället / aber die Arbeit vergrössert/z. E.

Erste Art.	Andere Art.
48765	48765
3472	3472
651	651
3432	3432
4	10
14	21
21	21
21	14
10	4
56320	56320

Bey der ersten Art fångt man hinten an/ und saget / 4 ist 4 / setzets auch gleich unter die obere 4 / und zwar unter der Linie ; dann saget man/ 8 und 3 und 3 machen 14 / setzet demnach 14 besser herunterwarts / so daß die erste 4 davon unter die andere Zeil / das 1 aber unter die 4 zu stehen komme. Dann gehet man fůrters und spricht / 7 und 4 machen 11 / und 6 und 4 darzu / geben 21 / diese setzet man wieder besser herunderwarts / so daß die letzte Figur 2 unter die jetzt addirte Zeil / die andere 2 aber unter die 4 zu stehen komme. Und so fåhret man biß zum Ende fort / ziehet so dann noch eine Linie / und addiret nochmalen die unter einander zwischen denen zwey Strichen stehende Zahlen / wie auß dem Exempel von selbsten erhellet / so bekommet man die rechte Summen 56320. In der zwey-

ten Art fängt man von vornen an / und verfähret wie in der ersten.

Compendieuser kan man dieses verrichten auf nachfolgende Weise: Man addiret nemlichen die erste Zeile herunter zusammen / nemlichen 5 und 2 seyn 7 / 1 und 2 darzu / geben 10/ diese 10 setzet man unter die Linie/ so daß die erste Figur 0 gerad unter der ersten / und 1 die zweyte Figur unter der zweyten Zeilen stehe/ dann addiret man die zweyte Zeilen / nemlich/ 3 und 5 seyn 8/und 7 seyn 15/und 6 seyn 21/da setze man die erste Figur davon / nemlich 1 besser hinunterwarts gerad unter die 1 / und zweyte Zeile/ die andere Figur 2 aber hinaufwarts neben 1 unter die dritte Zeil; fürters addire man die dritte Zeil / so kommt 21 / davon setze man wiederum die erste Figur 1 hinunterwarts unter die dritte Zeit und die vorgeschribene 2 / die andere Figur aber unter die vierdte Zeil/hinauf neben die 2/und fahre auf diese Art fort/biß zum Ende/ mache so dann wieder einen Strich/ und addire die unter einander stehende Zahlen zwischen denen zwey Strichen nochmalen/so erhält man die verlangte Summen 56320.

```
 48765
  3472
   651
  3432
 ─────
 12210
  4411
 ─────
 56320
```

N. Man

N. Man kan bey dieser Art auch hinten anfangen / und bemeldtem nach operiren / kommet aller Orten einerley Suma herauß. Doch ist die erste Manier / wie bereits gemeldet / die gebräuchlichste und kürtzeste.

Folgen etliche Exempel der Addition.

Damit der Anfänger mehrerer Ubung halber noch etliche Exempel habe / als habe für gut angesehen / derer etliche hier noch beyzufügen:

Als in Hungarn ein Türcken-Krieg sich hervor that / warb der Römische Käyser Soldaten darzu / wie folget. Wird demnach gefragt / wieviel solche zusammen machen.

Er ließ werben in Hungarn	4324
Oesterreich	5675
Böhmen	5479
Croatien	8678
im Reich	10372
Summa	34528.

Es ist ein Feld-Lager von vielerley Nationen zusammen gemacht / wie folget / was machen sie zusammen.

Teutsche	26725
Ungarn	3432
Croaten	1344
Italiener	1660
Summa	33161

Item	8578
	9675
	9269
	6546
	34068

Item Frantzosen	25682
Teutsche	3974
Schweitzer	1569
Engelländer	1654
Summa	32879

765
654
543
432
321
296
123
234
345
456
678
789
890
900
7426

Hat man aber solche Zahlen/ da man auch zugleich auf die Materie sehen soll / und da im-
mer

mer eine der andern Theile seyn/als z.E. Thaler/ Groschen/ Pfenninge/ Gülden/ Batzen/ Creutzer/ Centner/ Pfund/ Loth/ etc. so setze man

1. Gleiches unter gleiches/und zwar anfänglichen oder zur rechten Hand die kleinsten/ dann die grossen/und endlich die größten Arten/ und wo irgends etwa eine kleine Sort abgehet/ so überhupffe selber Stell/oder setz eine Nullen hin.

2. Sehe man/ wie offt die vorhergehende Sort in der nächst folgenden enthalten seye.

3. Ziehe man unter alle Zahlen eine Linie/ und fange bey der kleinsten Sorten an zu rechter Hand/und bringe alle Zahlen in eine Summen/ als offt nun die folgende Sort in dieser begriffen wird/ so viel Unitäten thu zur folgenden Sorten/den Rest aber setze unter die Linie/ recht unter die Sorten/ die man zusammen addiret hat. Wir wollen dieses aber mit einem Exempel erklären: Man soll zusammen addiren die Gülden/ Batzen/ Kreutzer und Pfenninge bey A/so setze man die Zahlen/ wie man sihet/ und fange bey denen Pfenningen an/ sagende: 3 und 2 machen 5/ und weilen 4 Pfenninge einen Kreutzer machen/ so behalte eine 1 für die folgende Sorte/ das annoch übrige 1 aber schreib unter die Linie. Gehe so dann zun Kreutzern/und sage/ 3 und das 1/so man vorhero behalten/ machen 4/ und weilen 4 Kreutzer einen Batzen außmachen/ so schreibe unter die

Linie eine Nullen / und behalte 1 / für die nachfolgende Sorte. Dann gehe man zum Batzen / derer Summ mit dem vorher behaltenen 1 / 23 außmachen / wann man nun hiervon 15 Batzen / nemlichen so viel als einen Gülden davon hinweg nehmt / so bleiben 8 Batzen über / setze man demnach diese 8 Batzen unter die Linie / und füge denen folgenden Gülden eine 1 bey / derer Summ damit 33 Gülden gibet. Stellet demnach aller Sorten Summen die Zahl B. vor.

	fl. (15)	Bl. (4)	Kr. (4)	Pf.
A	13	14	3	2
	19	8	0	3
B	33 fl.	8 Bl.	0 Kr.	1 Pf.

Ein ander Exempel.

fl. (15)	Bl. (4)	Kr. (4)	Pf.
4	7	3	2
5	9	2	3
10 fl.	2 Bl.	2 Kr.	1 Pf.

Ein anders an Gewicht.

Pfund (32)	Loth (4)	Quintl.
22	9	3
4	16	2
13	12	0
40 Pfund /	6 Loth /	1 Quintl.

Es ist zwar dieses addiren schon eine Sache/die mehr Auffsicht bedarff / auch manchmal ein wenig dividiren und subtrahiren erheischet/ riethe demnach / man solte sich vorhero mit gemeinen absolut Zahlen / dabey dergleichen Absehen nicht ist / durch alle Species durch üben/ biß man was fertigers würde/ dann könte man dergleichen erst vornehmen / und sich selbsten Exempel genug vorgeben.

Die Prob außzufinden/ ob man nemlichen die Addition gebührend und ohne Fehler verrichtet / geschiehet durch die Subtraction, worvon wir in nachfolgendem Capitel handlen wollen.

Das 3. Capitel.

Von der Subtraction.

DJe Subtraction ist einer kleinern Zahl auß einer grössern / oder einer gleichen auß einer gleichen Abziehung / damit man sehe / was über bleibe/ oder was beyder Differenz seye. Kommen demnach in der Subtraction nur zwey Zahlen vor; die eine/ worauß man subtrahiret / und wird genannt die öbere/ weilen sie oben gesetzet wird; die andere/ die man subtrahiret/und heisset die undere/ weilen man selbe unten setzet. Die Zahl / so nach der Subtraction überbleibet/ (wo eine überbleibet) wird der Rest und Differenz genannt.

Stellet man demnach die Subtraction also an:

1. Setze man die kleinere Zahl also unter die grössere / so daß die einfachen unter die einfachen / und die zehenfachen unter die zehenfachen kommen/ und wo in der obern Zahl ein Excess zu finden / so lasse man selben lincker Hand stehen / wie in nachfolgenden Exempeln erhellet.

	A		B
	4256		243
	2132		52
	2124		191

	C		D
	3252		28456
	1152		6534
	2100		21922

2. Ziehe man unter die also gesetzte Zahlen eine Linie/ und fange die Subtraction rechts an gegen der lincken Hand zu/auf diese Weise: Wann die untere Figur kleiner ist dann die obere / unter der sie stehet / so ziehe selbe auß der obern / und setze den Rest gerade darunter / unter die Linie/ wie bey denen Exempeln A/ B und D geschehen. Wann die untere der obern gleich ist/ so setze an statt deß Rests eine Nullen unter die Linie / wie im Exempel C. Wann einige untere Figur grösser ist dann die obere / so nehme man zehne zur obern Figur / und ziehe vom gantzen Aggregat die untere Zahl/ wie in denen Exem-

Exempeln B und D geschehen/ da/weilen man 5 von 4 nicht subtrahiren konte / so hat man 10 darzu entlehnet/und 5 von 14 dem aggregat abgezogen/bleiben 9 über. Als offt man aber eine obere Figur durch 10 vermehret/so muß man die nächstfolgende darauf um 1 vermindern / und auß solchem Rest die folgende untere Figur abziehen/ wie im Exempel D geschehen. Oder wo keine untere Figur mehr übrig ist / die man abziehen kan/ so setze man den Rest unter die Linie/wie im Exempel B / da/weilen man zu 4/ 10 genommen / als ist die folgende Figur 2/ um 1 vermindert/und das übrige 1 unter die Linie gesetzet worden.

Wir wollen aber denen Lehrlingen zu Gefallen das Exempel D practisch durchmachen. Man sage demnach / und fange rechter Hand an: 4 von 6 bleiben 2 / setze demnach 2 unter. Sage wieder 3 von 5 bleiben 2 / die setze man gleichermassen unter. Sprich drittens 5 von 4 können nicht gezogen werden/nehme demnach 10 zu den öbern 4 / werden 14/ und sage/ 5 von 14 bleiben 9/ die schreibe man unter. Vierdtens sage man/ 6 von 7 (und nicht von 8 / dann diese Figur ist um 1 vermindert worden/) bleibet 1 / diß setze man unter. Weilen nun keine untere Figur mehr übrig ist/ so schreibe man die öbere 2 unter die Linie.

3. Wann die untere Figur eine Nulle ist/ so schreibe die öbere über ihr stehende Figur gantz/als den Rest unter die Linie/wie im Exem-

pel C geschehen/ wo die öbere Figur nicht um 1 vermindert worden/ dann so dann müßte man nur den Rest der Verkleinerung setzen/ wie in dem Exempel E/ da/weilen man 9 von 8 nicht/ sondern von 18 subtrahiren kan/als ist die öbere 3 um 1 vermindert worden; muß man demnach nach subtrahirter Nullen/ 2 unter die Linie setzen. Wann die öbere Figur eine Nulle/ und die/ so darunter stehet/ eine bedeutende Figur ist/ so entlehne 10 zur Nullen/und subtrahire die untere Zahl von solchen 10/ wie im Exempel F geschehen/ da/weilen man 7 von 0 nicht subtrahiren kan/ so zihet man sie von 10/ und dann 1 von 2. Und wann endlichen so wol die untere als übere Figur eine Nulle ist/so setze eine Nulle unter die Linie/wie auß dem Exempel F erhellet.

4. Wann nach geendigter Subtraction aller unterer Figuren noch einiger Excess von denen öbern übrig ist/ so setze selben gantz/wie er ist/ unter die Linie/ zum Rest/gegen die lincke Hand/ wie im Exempel D geschehen.

E	5638	20309	F
	1209	10172	
	4429	10137	

N. Andere entlehnen/wo die untere Figur grösser ist dann die obere/auch 10/ wie wir/ und zihen von dem gantzen aggregat die untere Zahl/ doch vermindern sie die öbere folgende nicht um 1/ sondern sie fügen der untern folgenden Figur

eine

eine 1 bey / und ziehen solches aggregat von der folgenden öbern gantzen Zahl / oder wo keine untere Figur mehr vorhanden / so setzen sie statt solcher eine 1 / und ziehen sie von der öbern. Diese Art aber ist dem Wesen nach von der ersten nicht unterscheiden / dann es ist jedesmal die Differenz zwischen der öbern und untern Figur gleich / man mag hernacher die 1 von der öbern nehmen / oder der untern eine 1 beyfügen.

Also verfähret man mit Zahlen / da die öbere und untere Zeile einerley Materien bedeuten / wann es aber vielerley seyn / und zwar dergestalten / daß immer eins deß andern Theil seye / so setzet man erstlich gleiches unter gleiches / wie bey dem Addiren geschehen / dann sihet man / ob sich das untere vom öbern subtrahiren lasse / oder nicht / läßt es sich abziehen / so subtrahiret man jede Art von der andern / als Thaler von Thalern / Gülden von Gülden / Groschen von Groschen / Pfund von Pfund / Loth von Loth etc. läßt sichs aber nicht subtrahiren / so muß man so lange von der nächst vorher gehenden grösten Sorten eins entlehnen / selbes in die Stück / darzu mans brauchen will / resolviret hinschreiben / und das / was vorhin zu wenig war / darzu addiren / und dann das untere von der gantzen Summ abziehen. Z. E.

Centner /	Pfund /	Loth.
500	000	00
87	113	21

Es können aber die 113. Pfund/21. Loth/ nicht subtrahiret werden/weilen nichts darüber stehet. Diesem nun abzuhelffen / so borge ich von den 500. Centnern einen Centner ab / das ist 120. Pfund / so bleiben 499. Centner über/ und abermal von diesen 120. Pfunden eines / das ist 32. Loth hinüber genommen zu denen Lothen/bleiben über 119. Pfund. Sehet diesem nach voriges Exempel also:

Centner	Pfund	Loth
499	119	32
87	113	21
412 Centner/	6 Pfund/	11 Loth.

Wann man nun jedes vom andern subtrahiret/so bleibet der Rest/ wie hie oben zu sehen.

Die Prob der Subtraction geschihet durch die Additon; dann wann man den Rest von der Subtraction, der untern Zahl / so subtrahiret worden / hinbey addiret / und die öbere Zahl/ worvon die Subtraction geschehen / wieder herauß kommet / so ist man vergewissert/daß man recht operiret hat.

Sie kan auch durch eine andere Subtraction geschehen/ wann man nemlichen den Rest von der öbern Zahl/ worvon die Subtraction geschehen/subtrahiret/und eine Zahl über bleibet/ so der abgezogenen gleich kommet / so hat man recht verfahren.

4256
2132 } add.
2124
4256 gleich der obern.

3252
1152
2100

3252 öbere Zahl.
2100 Rest.
1152 gleich der untern.

Hierbey soll man auch wissen / daß man / wie wir in vorhergehendem Capitel erinnert / die Addition nicht besser / dann durch offtmaliges Subtrahiren probiren könne.

Exempel der Subtraction.

140662	9876543
.4.65.6.6	2345.6.7.8
94096	7530865
10000000	3090402010
1.2.3.4.5.6.7	.90.80.90.80.7
8765433	2182311203

```
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 0 0
  . 9. 8. 7 6 5 4 3. 2. 1 0
--------------------------
1 1 3 5 8 0 2 4 5 7 9 0

3 7 8 9 6 4 5 8 9 0 0 0
  . 9 8. 7. 6 5 4 3. 2. 1 0
--------------------------
3 6 9 0 8 8 0 4 5 7 9 0

1 0 0 0 0 8 9 7 6 8 3 0 0 6 4
. . 2. 9. 8 7 3. 8. 9 6. 5. 4. 3 2 4
------------------------------------
  9 7 0 2 1 5 8 7 1 7 5 7 4 0
```

Das 4. Capitel.

Von der Multiplication.

DIe Multiplication ist eine in einander Führung zweyer Zahlen/ dardurch eine dritte Zahl außzufinden / worinnen die eine jener so offt enthalten / als offt in der andern die Unität begriffen ist. Wann ich nun diesemnach 8 durch 4 multiplicire / oder 4 in 8 führe/ so erhält man die Zahl 42/ worinnen 4 so offt enthalten / als offt 1 in 8 stecket / oder worinnen 8 so offt stecket/ als offt in 4 Eins begriffen wird.

Kommen demnach in der Multiplication zwey Zahlen vor/ und wird die dritte außgefunden. Die/ so multipliciret / d. i. etlich mal genommen wird / heisset der Multiplicandus, die ande-

andere/wordurch man multipliciret/ heisset der Multiplicant, die dritte/so herauß kommet/wird genannt das Product.

Jezuweilen hat so wol der Multiplicandus als Multiplicant nur eine Figur/als wann man 9 mit 8 multipliciret: unterweilen haben beyde mehrere Figuren / als wann man 1695 mit 34 multipliciret: und zu Zeiten hat einer mehr/der ander nur eine eintzige Figur. Wir wollen vor alle Fälle Reguln geben.

I. Fall/ wann beyde Zahl nur eine Figur hat.

In diesem Fall findet man das Product entweder durch das natürliche Judicium, oder durch die stetige Ubung / oder aber auß beygesetzter Tafel/die man dem Erfinder nach die Pythagorische Tafel nennet.

A Deß Pythagoræ Tafel. C

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	
	8	16	24	32	40	48	56	64	72	
B	9	18	27	36	45	54	63	72	81	D

Der Gebrauch dieser Tafel ist folgender. Man suche auf der lincken Seiten A B den Multiplicandum, und in der öbern A C den Multiplicatorem (oder im Gegentheil) und fahre von jener Seiten rechts zu/und von dieser herunterwarts/so findet man in dem gemeinen Viereck/ wo die Zeilen zusammen treffen/ das verlangte Product. Man soll zum Exempel 8 mit 4 multipliciren; so suche man 8 in der Zeil A B/ und 4 in der Reihe A C/ fahre dann von 8 gegen der rechten Hand/von 4 aber herunterwarts/so findet man in dem kleinen Viereck/ allwo ermelte Zeilen zusammen stossen/32.

N. Dieses kan man auch durch die so genannte **Regul der Faulen**/also verrichten:

1. Schreibe man den Multiplicatorem unter den Multiplicandum, und setze zur Seiten beyder Differenz von 10/ wie in nachfolgenden Exempeln geschehen.

2. Multiplicire man eine Differenz mit der andern/und schreibe das gantze Product, wo es auß einer eintzigen Figur bestehet/ unter/ hat es aber zwey Figuren/ so schreibe die zur rechten Hand/und behalte die zur lincken im Sinn.

3. Addire den Multiplicandum und Multiplicatorem zusammen / und setze die gantze Summen unter / doch daß man das im Sinn behaltene noch hinbey füge.

4. Wirff von der völligen untergeschribenen Summen die letzte Figur auf der lincken Hand hinweg / so ist der Rest die verlangte Summ.

Man soll zum Exempel 8 mit 7/oder 7 mit 7/ oder 9 mit 5/oder 8 mit 6/oder 8 mit 4 multipliciren/so setze man die Zahlen/wie man sihet/und multiplicire im ersten Exempel 3 mit 2/ schreibe das Product 6 unter/dan̄ addire man 8 un̄ 7 unter sich/und setze die Summen 15 unter/fürters werffe man 1 hinweg / so bleiben 56 vor die verlangte Summ über. Auf gleiche Weise verfahre man auch in denen übrigen Exempeln.

```
  8 2          7 3          9 1
  7 3          7 3          5 5
 ------       ------       ------
 ~~1~~ 5 6.   ~~1~~ 4 9.   ~~1~~ 4 5.

      8 2          8 2
      6 4.         4 6
     ------       ------
     ~~1~~ 4 8.   ~~1~~ 3 2.
```

2. Fall/ wann eine Zahl eine/ und die andere mehrere Figuren hat.

Wann der Multiplicandus mehrere Figuren/und der Multiplicator nur eine hat/ so mercke man dieses:

1. Setze man die zwey Zahlen so unter einander / wie in denen nächstfolgenden Exempeln zu sehen.

2. Zihe man eine Linie unter die Zahlen/ und fange die Operation von der rechten Hand gegen die lincke an/also: Führe die untere Zahl in die erste Figur der obern rechter Hand / und

setze die Summen gerad unter die untere Zahl/ unter die Linie; dann führe eben vorige untere Zahl in die zweyte Figur der öbern / und schreibe die Summ gerad unter die Linie/nach der ersten Summen/gegen die lincke Hand/wie man in denen Exempeln sihet. Auf diese Weise procedire biß ans Ende. Und zwar wann die Summ auß der Multiplication einer Figur in andere eine eintzige Figur hat / so schreibe man selbe gantz unter die Linie / wie im Exempel A. Hat sie aber zwey Figuren/ so schreibe man bloß die erste / und behalte die andere im Sinn/ und füge sie der Summ folgender Multiplication bey / wie im Exempel B. Ist keine öbere Figur mehr übrig / so schreibe man die auß der Multiplication herrührende Summ gantz unter die Linie/wie im Exempel B geschehen.

A	4322	B	3724
	2		3
	8644		11172

Man soll zum Exempel multipliciren 4322 mit 2/ so setze man die Zahlen / wie im Exempel A zu sehen/ und sage: 2 mal 2 machen 4 / man schreibe demnach 4 unter die Linie. Wiederum/ 2 mal 2 machen 4/ setze demnach wieder 4 unter die Linie. Dann 2 mal 3 machen 6/ schreibe 6 unter. Und endlichen/ 2 mal 4 machen 8/diese setze auch unter die Linie.

Man soll hinwiederum 3724 mit 3 multipliciren/ so setze man die Zahlen / wie im Exempel

pel B/und sage/ 3 mal 4 geben 12/ schreibe demnach 2 unter die Linie/und behalte 1. Dann sage man wiederum: 3 mal 2 geben 6/ und das 1/ so man im Sinn behalten/ darzu gethan/ machen 7/setze demnach 7 unter. Hinwiederum/3 mal 7 machen 21/ schreibe 1 unter/ und behalte 2. Endlichen sage man/ 3 mal 3 seyn 9/ und die 2 behaltene darzu/ geben 11/ schreibe demnach 11 völlig unter die Linie.

3. Fall/ wann beyde Zahlen viel Figuren haben.

1. Schreibe man die Zahlen nach besagter Art/ und wie auß nachfolgenden Exempeln erhellet.

2. Zihe man unter selben eine Linie/ und führe die erste Figur der untern in alle Figuren der obern Zahl/ und setze das Product unter die Linie/wie vorher im zweyten Fall.

3. Gleicher massen führe man auch die zweyte Figur der untern Zahl in alle obere/setze die Summen unter/ und fange damit gerade unter der zweyten Figur der untern und obern Zahl an/ wie in nachgesetzten Exempeln geschehen. Auf gleiche Weise verfahre man auch mit allen andern Figuren der untern Zahl/ wo noch eine übrig seyn/und multiplicire sie in alle obere Figuren/ und schreibe die Summen unter/ wie im Exempel D.

4. Addire man alle unter der Linie stehende Summen zusammen/ wie in beyden Exempeln

geschehen / zihe nochmalen eine Linie / und setze die völlige Summ darunter.

C		D	
	4256		72454
	24		247
	17024		507178
	8512		289816
			144908
	102144		17896138

Wann man nun 4256 mit 24 multipliciren solte/ so setze die Zahlen / wie im C zu sehen/ zihe darunter eine Linie / und multiplicire erstlich alle öbere Figuren mit 4/ und sprich: 4 mal 6 machen 24/ setze demnach 4 unter/ und behalte 2. Sprich wiederum/ 4 mal 5 machen 20/ und die 2 vorher behaltene darzu gethan / geben 22/ schreibe demnach 2 unter/ und behalte 2. Dann spreche man wieder / 4 mal 2 geben 8/ und die 2 behaltene darzu/ bringen 10/ setze demnach die 0 unter/ und behalte 1. Fürters sage man/ 4 mal 4 seyn 16/ und das 1/ so man behalten/ darzu/ seyn 17/ setze demnach 17 unter. Wann dieses geschehen/ so gehe zur andern Figur deß Multiplicatoris, und führe selbige in alle Figuren der öbern Zahl/ sagende: 2 mal 6 machen 12 / man schreibe demnach 2 unter die Linie / gerad unter die 2 und 5 / und behalte 1. Hinwiederum/ 2 mal 5 machen 10 / und das vor behaltene 1 darzu geben 11/ schreibe demnach 1 unter / und behalte

halte 1. Nochmalen/ 2 mal 2 machen 4 / und das vorher behaltene 1 / geben 5 / die schreibe man auch unter. Endlichen / 2 mal 4 machen 8 / die setze man auch unter. Nach diesem zihe man unter diese zwey außgefundene Summen eine Linie/ und bringe sie durchs addiren in eine Summen / rechts gegen der lincken Hand zu. Also verfahre man auch mit dem Exempel B/ da/ weilen der Multiplicator 3. Figuren hat / so bekommet man 3. unterschiedliche Summen.

N. 1. Wann in dem Multiplicando Nullen vorkommen/ so führe man den Multiplicatorem in selbe/ schreibe aber anstatt deß Products eine Nullen unter die Linie / wo man nicht auß dem vorhergehenden Product etwas im Sinn behalten. Beydes sihet man im Exempel E und F. 2 mal 2 geben 4 / 2 mal 0 machen 0 / 2 mal 2 machen 4/2 mal 8 machen 16/da man 6 geschrieben/ und 1 behalten/ 2 mal 0 ist 0/ und das 1/ so man behalten/ machet 1 ; 2 mal 3 machen 6.

3 0 8 2 0 2	E
2	
6 1 6 4 0 4	

N. 2. Wann in dem Multiplicatore eine Nulle / oder auch mehr vorkommen / so setzet man/ wo man im operiren dahin gelanget/ statt deß Products eine Nullen unter die Linie / und multipliciret mit denen übrigen bedeutenden Figuren fort / wie im Exempel F geschehen / da

in der andern Stelle deß Multiplicatoris eine Nulle stehet/allwo man statt derer unter die Linie eine Nullen setzet/und mit der dritten Figur fort multipliciret.

		3	4	5	6	7	F
				1	0	8	
	2	7	6	5	3	6	
3	4	5	6	7	0		
3	7	3	3	2	3	6	

N. 3. Wann im Multiplicatore oder beyden Zahlen zu Anfang / d. i. rechter Seits etliche Nullen stehen / so wirffet man selbige hinweg/und multipliciret nur die übrigen Figuren unter einander / und füget dem Product rechts alleweg geworffene Nullen bey. Wann man demnach die Zahl 3462 durch 2000 multipliciren solte/ so wirffet man die 3 Nullen vom Multiplicatore hinweg / und multipliciret die gegebene Zahl nur durch 2 / und füget dem Product 6924 rechts die abgeschnittene Nullen auf diese Art bey / 6924000. Also auch / wann man 420000 durch 32 multipliciren solte / so schneidet man hinten die vier Nullen ab / und multipliciret 42 durch 32/und henget an das Product 1344 die 4 Nullen also 13440000. Auf gleiche Weise wann man auch 420000 durch 32000 multipliciren wolte / so schneidet man die 7 Nullen ab / multipliciret die übrigen Zahlen

unter sich / und füget dem Product so viel Nullen bey/ also/ 1344000000.

```
3 4 6 2
      2|0 0 0
-------------
6 9 2 4 0 0 0
```

```
 42|0000
 32
--------
  84
 126
--------
13440000
```

```
  42|0000
  32|000
----------
   84
  126
----------
1344000000
```

4. Wann man eine Zahl durch 10/ 100 oder 1000 multipliciren solte/ so füget man dem Multiplicando rechter Seits nur so viel Nullen bey/als viel in dem Multiplicatore begriffen werden/weilen eine 1 nicht multipliciret.

Sonsten kan man auch von der lincken gegen der rechten Hand zu multipliciren/ und hat solche Art in der Division keinen geringen Nutzen; sie geschiehet aber also: 1. Behält man keine Figur im Sinn / und ist solches bequem. 2. Wann man nach vollbrachter Multiplication der letzten Figur / auß Multiplicirung der übrigen ein Product bekommet / das man mit zweyen Figuren schreiben muß / so setzet man dessen lincke Figur unter die / so in der vorherigen Multiplication die erste rechter Hand gewesen.

sen. Man soll z. E. 183 mit 6 multiplicieren/ so sage man: 1 mal 6 ist 6/ schreibe man demnach 6 unter die Linie; Fürters/ 6 mal 8 ist 48. Weilen dieses Product auß zwey Figuren bestehet/ so setze die zur lincken Hand/ nemlich 4 unter 6/ und 8 vor 6. Und wiederum/ 3 mal 6 ist 18/ da schreibe man das 1 wieder unter 8/ und 8 neben 8/ addiret dann solche zusammen/ so ist das verlangte Product 1098.

```
  1 8 3
  6
 -------
  6 8 8
  4 1
 -------
1 0 9 8
```

Solte man aber verschiedene Sorten/ als Gülden/ Batzen/ Kreutzer/ etc. miteinander multipliciren/ so muß man sie erstlich in die kleinste Sorten reduciren/ und dann vorbesagter massen nach miteinander multipliciren/ und das Product, wo es beliebet/ durch Hülff der Division, in die größte Sorten bringen. Die Prob der Multiplication geschiehet durch die Division, worvon in folgendem Capitel; dann wann man das gantze Product durch den Multiplicandum dividiret/ und in dem Quotienten der Multiplicator wieder kommet; oder wann man eben ermelte Summen durch den Multiplicatorem theilet/ und im Quotienten der Multipli-

tiplicandus wieder herauß kommt / so ist man vergewissert / daß man recht multipliciret habe.

Multiplications-Exempel.

Multiplicir

5798	mit 23.	kommt 133354.
3985	mit 98.	kommt 390530.
23456	mit 110.	kommt 2580160.
13085	mit 710.	kommt 9290350.
13800	mit 8700.	kommt 120060000.

Multiplicir

78906	mit 543	kommt 42845958.
45607	mit 1804	kommt 82275028.
98765	mit 978	kommt 96592170.
39875	mit 9804	kommt 390934500.
28767	mit 3456	kommt 99418752.
1234567	mit 67890	kommt 83814753630.

Das 5. Capitel.

Von der Division.

DJe Theilung einer Zahl durch eine andere / nemlichen einer grössern durch eine kleinere / ist eine Außfindung einer dritten Zahl / die mit ihren Unitäten außtrücket / wie offt die kleinere in der grössern begriffen werde. Z. E. so ist die Theilung der Zahl 20 durch 4 eine Außfindung der Zahl 5 / die

die mit ihren 5 Unitäten / worauß sie bestehet/ weiset/ daß 4 in 20/ fünffmal begriffen werde. Die Zahl/ so getheilet wird/ heisset der Dividendus, und die / durch den sie getheilet wird/ der Divisor oder Theiler / die Zahl aber / so man durch die Theilung außfindet/ wird der Quotus oder Quotient genannt ; worauß erhellet / daß die Theilung nichts anders/ dann eine Außtheilung deß Dividendi in gewisse Theile / so vom Theiler benennet worden/ seye.

Jezuweilen hat der Theiler eine eintzige Figur/ und jezuweilen mehrere. Wir wollen von beyderley Fällen Reguln vorschreiben/ und anfänglichen vom ersten.

I. Fall/ wann der Theiler eine eintzige Figur hat.

Ich werde anfänglichen alle Reguln / so bey diesem Fall zu beobachten seyn / vortragen/ und dann auch ein und ander Exempel beyfügen.

1. Setze man den Theiler unter den Dividendum lincker Seits / doch so/ daß/ wo er kleiner dann die letzte Figur ermelten Dividendi, oder selben gleich ist / er gerade unter selber zu stehen komme / wie in denen Exempeln A und E geschehen: ist er aber grösser / so setze man ihn unter die nächstfolgende Figur / wie auß denen Exempeln B, C, D zu sehen.

2. Mache man einen halben Monden zur rechten Hand deß Dividendi, wie in eben diesen Exem-

Exempeln geschehen/und sehe wie offt der Theiler in der Zahl/ worunter er stehet/ enthalten/ selbige mag hernacher auß einer Figur bestehen/ wie in denen Exempeln A und E/oder zwey derselben haben / wie in denen andern Exempeln: und schreibe den außgefundenen Quotienten (d.i. die Zahl/so da anzeiget/wie offt der Theiler in der ob ihme stehenden Zahl enthalten) hinter den halben Mond / wie in allen Exempeln geschehen.

3. Multiplicire man den Quotienten in den Theiler/ und zihe das Product von der oder denen Figuren deß Dividendi, unter welcher oder welchen der Theiler stehet: und wann nach der Subtraction etwas überbleibet / so schreibe man solches über die Figuren / worvon die Subtraction geschehen; bleibet aber nichts über/ so darff man nichts schreiben. Dann streiche man den Theiler neben dem Theil deß Dividendi, worvon die Subtraction geschehen/ durch / und lasse diß / was nach der Subtraction oben hin aufgeschrieben worden/undurchstrichen stehen/ wie auß bemelten Exempeln erhellet.

4. Rücke man den Theiler fürter/und setze ihn unter die nächstfolgende Figur deß Dividendi, so noch nicht durchstrichen ist / und operire wie zuvor / wann nach der ersten operation nichts oben übergeblieben / wie in denen Exempeln A und B geschehen: wo aber was übergeblieben/ so sehe man/ wie offt der Theiler in selber gantzen Zahl/ worunter er stehet / nemlichen

in dem aggregat auß der Figur deß Dividendi, worunter der Theiler stehet/ und auß der zuvor übergeblibenen Figur begriffen werde/ wie man in dem Exempel D sihet.

5. Wann mann nach fürter-Rückung deß Theilers nichts nehmen kan / das man hinter den halben Mond vor den Quotienten setze / weilen der Theiler grösser ist dann die Figur deß Dividendi, worunter er stehet / so setze man hinder den halben Monden eine Nullen / lasse den Dividendum unberühret stehen / rücke den Theiler weiter / und schreibe selben unter die nächstfolgende Figur deß Dividendi, und sehe/ wie offt er in dem Dividendo, so nunmehr auß zwey Figuren bestehet / enthalten/ und verfahre/ wie vorher/ und in denen Exempeln D und E geschehen.

6. Wann nach verrichteter völliger Theilung etwas über dem Dividendo nach der Subtraction überbleibet / so setze man solches nach dem Quotienten über eine überzwerche Linie / darunter aber den Theiler/ wie in denen Exempeln B, C und D geschehen. Und bedeutet ein solches / daß in dem Exempel B der dritte Theil der gantzen getheilten Zahl seye $811\frac{1}{3}$ / und im Exempel C der vierdte Theil $608\frac{2}{4}$/ oder $\frac{1}{2}$/ und in dem Exempel D der vierdte Theil $858\frac{2}{4}$/ oder $\frac{1}{2}$.

A 408 (234
777

(1
B 2434 (811⅓
333

C

	2		2 2
C	2434 ($608\frac{2}{4}$	D	3434 ($858\frac{2}{4}$
	444		444

E 2124 (1062
2222

Wir wollen nun eins und anders auß diesen Exempeln erklären. Man soll 468 durch 2 dividiren/ so setze man die Zahlen wie in F/ dann sage man: 2 in 4 habe 2 mal/ schreibe demnach 2 in den Quotienten/ und multiplicire selben durch den Theiler/ nemlichen 2 durch 2/ werden 4/ die schreibe man unter 2/ wie in G/ oder behalte sie im Sinn: nun subtrahire man diese 4. von der Figur deß Dividendi, worunter der Theiler stehet/ nemlichen von 4/ wie in G geschehen / so bleibet nichts über/ und streiche den Dividendum 4 / und Theiler 2 neben dem Product der Multiplication, 4 durch; nach dem rücke man den Theiler fürter unter 6/ so stehet das Exempel/ wie in H / und sage: 2 in 6 habe 3 mal/ schreibe demnach 3 in den Quotienten/ und multiplicire 2 mit 3 kommen 6/ die schreibe man unter 2 und 6. Nun subtrahire man 6 von 6/ so bleibet nichts über/ streiche

F 468 (2
2

G 468 (2
2
4

H 468 (23
22
43
6

dem=

demnach 6/2 und 6 durch/so ist die zweyte Operation geschehen. Dann rücke man den Theiler fürters/ nemlichen unter 8/ und operire/wie vorhin/so wird das Exempel stehet/wie in I oder A/und also die Theilung gantz fertig seyn.

```
      468 (234
I     222
      234
      ───
      468
```

Bey denen übrigen Exempeln verfähret man auch nach besagter Art / wie von sich selbsten erhellet. Nur mercke man / daß man im Exempel C den Theiler nicht unter 2 / sondern unter 4 setze / und sehe / wie offt 4 in 24 enthalten/übrigens verfähret man/wie anfänglichen. Wann nun der Theiler unter 3 zu stehen kommet / und aber 4 in 3 nicht enthalten ist/ weilen der Theiler grösser ist dann die ober ihme stehende 3/also läßt man 3 stehen/und rücket 4 unter 34/und operiret/wie zuvor.

In dem Exempel D setze man den Theiler 4 unter 4/so daß er unter 34 stehe / so wird nach der Operation 2 oben überbleiben. Rücke dann den Theiler unter 3/ so stehet er unter 23 / dann verfahre man wie vorher/ so bleiben 3 über / stehet diesemnach der Theiler alsdann unter 34.

2. Fall/ wann der Theiler mehr Figuren hat.

1. Setze man den Theiler unter den Dividendum, so daß jenes letzte Figur unter der letzten deß Dividendi, und die folgende unter der folgenden stehe/ wie im Exemlpel A. Wann der gantze Theiler grösser ist / dann deß Dividendi Theil/ unter dem er stehen solte / wo man ihne nach besagter Art unter schribe/so muß man ihn um eine Stelle fürter gegen die rechte Hand fort rücken/wie bey dem Exempel B.

Erste Operation.		Erste Operation.	
A	4830 (2	B	3284 (7
	24		43

2. Sehe man / wie offt der gantze Theiler in dem Theil deß Dividendi enthalten / worunter er stehet / oder wenigstens wie offt die letzte Figur rechter Hand von dem Theiler / in jener Figur oder Figuren deß Dividendi, worunter er stehet/ begriffen / und schreibe den Quotienten hinter das Strichlein. Also muß man im Exempel A sehen / wie offt entweder 24 in 48/ oder 2 in 4 stecke; im Exempel B aber / wie offt 43 entweder in 328/oder 4 in 32 enthalten/ und setzet man im ersten Exempel 2 / im zweyten 7 und nicht mehr in den Quotienten / und dieses der Ursachen halber / die wir hernacher geben werden.

3. Mul-

3. Multiplicire man den außgefundenen Quotienten in alle Figuren deß Theilers / auf gewöhnliche Art/ und schreibe das Product entweder unter / wie in denen Exempeln C und D erhellet/oder behalte es im Sinn/ dann subtrahire man das Product von dem jenigen Theil deß Dividendi, worunter der Theiler stehet/ und zwar nach sonsten gewöhnlicher Art/schreibe den Rest unter / und durchstreiche den Theil deß Dividendi, worvon die Subtraction geschehen / und auch den Theiler neben dem Product unter dem Theiler/ und laß allein den unten geschriebenen Rest stehen / wie auß eben denen Exempeln C und D erhellet.

Zweyte Operation.	Zweyte Operation.
A 4830 (2	D 3784 (7
24	43
48	301
	27

4. Setze man zu dem Rest/so nach der Subtraction unter die Linie geschrieben worden / rechter Hand / die nächste Figur deß Theilers/ nach denen/so man bereits außgelöschet/wie bey E und F geschehen / so wird der Rest neben ermelter beygefügter Figur deß Dividendi ein neues membrum dividendi außmachen / worunter man den Theiler setzen soll.

Unter

Unter dieses neue Theilungs-Glied schreibe man den alten Theiler gantz / so/ daß die erste Figur rechter Hand unter der ersten auch zur rechten Hand/ und die zweyte unter der zweyten ꝛc. zu stehen komme / wie in E. und F. geschehen. Dann sehe man wiederum/ wie vorhero/ wie offt entweder der gantze Theiler / so unter dem gantzen Membro deß Dividendi stehet/ oder die lincker Hand zu letzt begriffene Figur deß Theilers in selber Figur oder Figuren deß Dividendi, worunter er stehet/ enthalten seye/ und schreibe den Quotienten hinter den halben Mond / wie in F. geschehen / und multiplicire selben in alle Figuren deß Theilers/ setz auch das Product drunter/ und subtrahirs von dem oben drüber stehenden Membro deß Dividendi, und schreibe den Rest darunter / wie in G. und H. Wann der Theiler grösser ist / dann das Membrum Dividendi, worunter er stehet/ so setze man in Quotienten eine Nullen/ wie im Exempel E, operire damit nicht fürters / sondern ziehe die nächstfolgende Figur deß Dividendi zu vorherigem Rest herunter unter die Linie / und rücke den Theiler fürters / wie gesagt / operire auch/ wie vorhero / und bey dem Exempel G. geschehen.

Dritte Operation.

E 4830 (20
24
—
48
—
003
24

Dritte Operation.

F 3784 (76
43
—
301
—
0274
43

Vierdte Operation.

G 4830 (201$\frac{6}{24}$
24
—
48
—
0030
24
24
——
06

Vierdte Operation.

H 3784 (76$\frac{16}{43}$
43
—
301
—
0274
43
—
258
—
16

Wir wollen aber denen Lehrlingen zu Gefallen/ das Exempel A was außführlichers erklären. Wann man nun 4830. durch 24. dividiren solte/ so setze man die Zahlen/ wie in A/ und sage: 24 in 48/ oder 2 in 4 habe 2 mal/ setze demnach 2 in Quotienten. Nun multiplicire man 24 mit 2/ bringen 48/ die schreibe man unter/ wie in G. diese 48 subtrahire von den obern 48/ so bleibet nichts über/ setze demnach unter 00/ wie in G. und durchstreiche die Figuren/ die alldor-

alldorten durchstrichen worden. Diesen zweyen Nullen füge rechter Hand bey 3 / nemlichen die nächste undurchstrichene Zahl deß Dividendi, darunter setze man den Theiler / wie in E zu sehen / und sage: 24 in 3 werden nicht begriffen / als schreibe man in den Quotienten eine Nullen / wie alldorten erhellet / und füge besagtem 3 rechts die 0 / nemlichen die letzte Figur deß Dividendi bey / rücke auch den Theiler fürters / wie bey G erscheinet / sage: 24 in 30 habe einmal / schreibe diesemnach 1 in Quotienten / und weilen 1 nicht multipliciret / so subtrahire man 24 von 30 / restiren 6 / die schreibe man hinter den Quotienten über ein überzwerches Strichlein / und setze darunter den Theiler / wie bey G geschehen. Auf gleiche Weise verfahre man auch mit andern Exempeln.

Es ist oben gedacht worden / daß man zum öfftern die vorderste Zahl deß Theilers in der obern nicht so vielmal nehmen dörffe / als man wol könte / sondern jederzeit auch auf die nächstfolgende sehen müsse / ob selbe / wann man sie mit dem gebrauchten Quotienten multipliciret / nicht mehr herauß bringen / als oben darüber stehet: und solches verursachet bey denen Anfängern zum öfftern nicht wenigen Verdruß / und vielmaliges umschreiben. Diesem nun gebührend abzuhelffen / kan man folgender Gestalten verfahren / und den Theiler von 2 biß auf 9 durch multipliciren / und die Producte der Ordnung nach unter einander hinsetzen. Man

soll zum Exempel 64092830 mit 298 dividiren/ verfertige man also beygefügtes Tåfelen / und setze neben herunter 1. 2. 3. 4. etc. biß auf 9/ schreibe den gegebenen Theiler 298 obenhin zu 1/ nehme selben so dann bey 2 gedoppelt/ bey 3. dreyfach/ etc. das ist/ wo man ihn erst doppelt genommen/ so füge man die obersten 298 noch einmal hinbey/so erhålt man das dreyfache/ addiret man zu diesem dreyfachen wiederum das oberste einfache/ so erhålt man das vierfache/ dergleichen verstehet sich auch mit denen übrigen/wie aus dem Tåfelein selbsten erhellet.

1.	298 Theiler.
2.	596
3.	894
4.	1192
5.	1490
6.	1788
7.	2086
8.	2384
9.	2684

Und ist die Außfertigung dieses Tåfeleins gantz leicht/und erspahret bey grossen Zahlen offtmalen gedoppelte Arbeit. Der Nutzen davon aber ist folgender:

Man setze das Exempel in die gebührende Ordnung/ also:

640	9283
298	

Dann sehe man im Tåfelein nach/ was für ein Product denen im Dividendo oben stehenden

640 entweder gleich / oder nächstens kleiner komme / findet sich hier der nächst kleinere 596 / darneben stehet 2 / welches bedeutet / daß der Theiler so viel bringe / wann er zweymal genommen wird / setze demnach 2 in den Quotienten / durchstreiche den Theiler / und setze die 596 (weilen selbe das Product seyn / wann man den Theiler durch 2 multipliciret / gerad unter denselben / subtrahire sie vom obern / so bleiben 44 über / darzu setze man noch die nächstfolgende Figur deß Dividendi, 9 / so stehet es also:

640|9283 (2
298
596
———
449

Nun kan man den Divisorem wieder darunter setzen / wie erst gewiesen worden (und wir hier thun wollen) oder vielmehr außlassen / und ein für allemal neben beysetzen (wie nach diesem geschehen soll) weilen das Schreiben so vieler Zahlen nichts nützet / sondern bloß für einen Anfänger dienet / damit er weniger irren / und der Grund dieser Operation desto ungehinderter zu erlernen seyn möge. Nach dem sehe man / wo man in dem Täfelein 449 finde / sie stehen aber nicht drinnen / sondern bloß die nächst geringere 298 / so der Divisor selbsten ist / und stehet darbey 1. solches setze in den Quotienten / und ziehe sie von den obern 449 ab / restiren

 151 /

151/ dazu nehme man das öbere folgende 2 herunter/ so stehets/ wie hieunten.

```
64092830 (21
298
596
———
 449
 298
 ———
 1512
```

Wir wollen voritzt den Theiler außlassen/ und uns einbilden/ er stehe neben dem Dividendo, und wäre noch nie geschrieben worden/ stünde also wie hieunten.

```
298) 64092830 (215
     596
     ———
      449
      298
      ———
      1512
      1490
      ————
       228
```

Man suche demnach die 1512 abermalen im Täfelein / da sie sich aber nicht/ sondern die nächst-geringere finden/ nemlich 1490/ diese setze ich gleich darunter / und die zur Seiten beygefügte 5 in den Quotienten / zihe die ersten ab/ bleiben 22 / darzu nehme man die nächstfolgen-

de

de obere Zahl 8/so stehets/wie hie neben. Diese 228 suche ich abermalen im Täfelein/ finde sie nicht/ auch keine geringere/ dieses bedeutet/daß mein Theiler grösser seye/und deßwegen niemalen darinnen stecke/setze diesem nach eine Nullen in den Quotienten / nehme oben das folgende 3 noch darzu / kommen 2283. diese suche ich von neuem in dem Täfelein/finde sie aber nicht/ sondern die nächst geringere 2086/die setze ich gleich darunter / und die dabey stehende 7 in den Quotienten / zihe das erste von dem obenstehenden ab/restiren 197/dazu füge noch die letztere Nullen / kommen 1970. diese suche ich im Täfelein/ finde sie aber gleichermassen nicht / sondern die nächst kleinere 1788/ die setze ich darunter/ das auf der Seiten stehende aber in den Quotienten/ subtrahire die beyden unter einander gesetzten/ bleibt über 182/ solches henget man hinten an den Quotienten Bruchs-weise / wie hieunten stehet / und oben schon gewiesen worden/ nemlichen den Rest oberhalb / und den Theiler unterhalb deß gemachten Quer-Strichleins.

```
298) 64092830 (215076 182/298
     596
     ---
      449
      298
      ----
      1512
      1490
      -----
        2283
        2086
        -----
         1970
         1788
         -----
          182
```

Damit kommt der Quotient herauß / eben als wann mans nach gemeiner Art gerechnet håtte/nur daß man sich hier weniger irren kan/ und an statt der Můhe / die man hierbey hat / das Tåfelein außzufertigen/hingegen vieles Unterschreibens deß Theilers / alles multiplicirens/ und vielen Bedenckens / wie offt man die erste Zahl nehmen můsse/entůbriget bleibet.

Wir můssen aber endlichen auch die bey allen Rechenmeistern ůbliche Manier mit wenigem betrachten / welche dann eben diejenige ist / so gleich Anfangs im ersten Exempel mit einer Zahl gewiesen worden/und wie man daselbsten mit einer Ziffer im Theiler verfahren/ also verfåhret man auch mit Theilern von mehrern Figu-

Figuren/nemlichen also: Man setzet den Theiler unter/ multipliciret und subtrahiret die Figuren deß Theilers nicht alle auf einmal / wie bißher / sondern von der lincken gegen der rechten / eine nach der andern; darnach setzet man die erste / was überbleibt/ allezeit oben über die Zahl / von deren es überbleibet / und rücket mit dem Theiler so offt vorsich / als offt man einen neuen Quotienten nehmet. Wir wollen die Sach durch ein einziges Exempel erklären.

Ich solte 3405670 mit 2480 dividiren / so setze ichs anfänglichen/ wie bißher / dann sage: 2 in 3 habe 1 mal/ 2 von 3 bleibt 1/ solches setze ich oben über die 2/sage fürters 1 mal (im Quotienten) 4 (im Theiler) ist 4/diese von den obenstehenden 4 abgezogen/bleibt 0/ setz es auch darüber: Also auch 1 mal 8 ist 8 / solches von 10 (dann von 0 kan nicht) bleibt 2/ setze 2 darüber/ und deß Borgens halber wird das vorher gehende 0 zu 9/ die setze ich drüber / und das 1/ das zur 0 geborget worden/gehet weg.

```
    1 1
    2 4 2
    3 8 8(6
    9 0 3 8
  1 0 2 1 0(3
  3 4 0 5 6 7|0 (1373 630/2480
  2 4 8 8 8 8|0
    2 4 4 4
      2 2
```

Nun rücke mit meinem Theiler um eine Stell weiter mit all seinen Figuren/ und schreibe sie der Ordnung nach hin/ wie ich kan / sage wieder / 2 in 9 habe 3 mal / (dann wo ich sie 4 mal nehme/bliebe mir nicht so viel über/daß ich das folgende 4/ geschweige die 8 / multiplicirt/ subtrahiren könte) schreibe 3 in Quotienten.

Weiter sprech ich/ 2 mal 3 ist 6/ 6 von 9 bleibt 3/die setze über 9; 3 mal 4 ist 12/2 von 2/ geht auf/setze eine 0 drüber/ 1 von 3 bleibt 2/ die setze oben drauf. 3 mal 8 ist 24/4 von 5 bleibt 1/ setz es drüber / 2 von 10 (dann von 0 kan ich nicht) bleibt 8 / und das geborgte 1 von 2 bleibt 1/ setz jedes über das seinige. Abermalen gehe mit Untersetzung deß Theilers um eine Stelle fürter/sage/2 in 18 kan nicht öffter dann 7 mal/ (sonsten käme der Theiler / wo man ihn multiplicirte / höher / als daß man ihn subtrahiren könte/) setze demnach 7 in den Quotienten/ und sage: 2 mal 7 ist 14 / 4 von 8 bleibt 4 / das setze über 8 / 1 von 1 geht auf; also weiter / 4 mal 7 ist 28 / 8 von 11 bleibt 3 / 2 von 3 (dann das 4 hat durchs Entlehnen 1 verlohren/) bleibt 1/ setze jedes über seine Stell / davon es überblieben. Deßgleichen 7 mal 8 ist 56/ 6 von 6 geht auf/schreibe daher eine 0 über 6/5 von 13 bleibt 8/ schreib es drüber/ und streiche 13 durch / und also fahre ich fort/biß alles durch gemachet worden.

Anmerckungen.

1. Man soll niemalen in denen particular Operationen den Quotienten höher dann 9 nehmen/ob es gleich scheinet/ als ob der Theiler in dem Dividendo öffters enthalten wäre.

2. Diß / was nach jeden Operationen überbleibet/soll niemalen mehr oder grösser seyn/ dann der Theiler/sonsten hat man gefehlet/und ist ein Zeichen/daß man den Quotienten irgendwo zu klein genommen.

3. Wann nach Multiplicirung eines Quoti in den Theiler / die daher rührende Summ grösser ist/ als daß man sie von dem oben stehenden Dividendo subtrahiren kan / so ist der Quotient zu groß genommen worden.

4. Der gantze Quotient muß nach vollbrachter gäntzlicher Theilung so viel Figuren haben / als offt der Theiler unter den Dividendum ist gesetzet worden / er mag hernach eine oder mehr Figuren haben. Dahero kan man gleich Anfangs wissen/ wieviel der Quotient Figuren bekommen werde.

5. Wann man eine kleine Zahl durch eine grössere theilen soll/ als 48 durch 60/ so kan solches nicht geschehen / sondern man muß den Dividendum über den Theiler setzen / und ein Quer-Strichlein darzwischen zihen / also $\frac{48}{60}$. Solches bedeutet/ daß der Theiler nicht in dem Dividendo stecke / weßwegen er in andere kleinere

nere Theile müsse zertheilet werden/ damit die Division geschehen könte.

6. Wann der Theiler ein oder mehr Nullen rechts hat/ so kan man sie hinweg nehmen/ und von dem Dividendo so viel Figuren rechter Hand abschneiden/ mit den andern aber gewohnlicher Art nach procediren. Doch muß man so dann nach vollbrachter Division die abgeschnittenen Figuren deß Dividendi über eine Quer-Linie statt deß Rests setzen/ und lincker Seits diß/ was von der Division übergeblieben/beyfügen/darunter aber den Theiler schreiben.

7. Wann die letzte Figur deß Theilers lincker Hand eine 1 ist/ die übrigen aber lauter Nullen/ so ist die Division vollbracht/ wann man rechter Hand deß Dividendi so viel Figuren abschneidet/ als viel der Theiler Nullen hat/ und auß denen abgeschnittenen Figuren und dem gantzen Theiler einen Bruch machet.

Bey Dividirung verschiedener Sorten/ nemlichen der Gülden durch Creutzer etc. hat man sich zu verhalten/ wie oben bey der Multiplication Anweisung geschehen.

Die Prob der Division geschihet durch die Multiplication deß Theilers mit dem außgefundenen Quotienten/deme man den Divisions-Rest/wo einer vorhanden/ noch hinbey addiret/ wann nun das daher entstandene Product dem Dividendo gleich kommet/ so ist recht verfahren worden. Wir wollen es mit dem Exempel A

weisen/

weisen / worinnen der Quotient ware 201 $\frac{6}{24}$ / der Theiler aber 24.

Quotient	201
Theiler	24
	804
	402
	4824
Add.	6 Rest / so nach der Division überbliben.
Dividendus:	4830

Und so viel habe hiervon melden wollen / weilen es wol der Mühe werth ware / diese Sache was außführlichers vorzustellen / damit man es desto leichter fassen möchte.

Divisions - Exempel / mit einer Zahl.

Theile		mit		kommt
	13618		2	6809
	10857		3	6019
	14624		4	3656
	23335		5	4667

Mit zwey Zahlen.

Theile		mit		kommt
	404341		47	8603
	38027		11	3457
	96875		25	3875
	315540		36	8765
	474048		48	9876
	449503		67	6709

Mit drey und mehr Zahlen.

Theile	mit	komt
1492992	432	3456
697928	121	5768
16512275	325	50807
53501301	789	67809
965921700	9780	98765
99418752	3456	28767
83814753636	67890	1234567

Der Rechen-Kunst Zweyter Theil/

Von denen gebrochenen Zahlen/ und Außziehung der Quadrat- und Cubic-Wurtzel.

Das I. Capitel.

Von Schreibung und Außsprechung der Brüche.

EIn Bruch ist nichts anders / dann ein oder viele Theile eines gantzen (z. E. eines Güldens/ Pfunds/ einer Ruthen/ 2c.) und wird durch 2. Zahlen / mit einer untergezogenen Quer-Linie bemercket/ davon die untere anzeiget / in wieviel Theile ein gantzes getheilet seye / und also bemercket / welcherley Theile es seyen / weßwegen sie auch der Nenner/ Denominator heisset/ die öbere zehlet/ wieviel jener also benannter Theile in besagtem Bruch enthalten seyen/ wird deßwegen der Zehler/ Numerator genannt.

Bey

Bey welcher Verständnüß der Brüche/ wo man sie einmal recht eingenommen und gefasset/ derer Rechnung und Rechnungs-Art gantz leicht und verständlich fället.

Wir wollen bemeltes durch etliche Exempel erklären:

Der Zehler	2	und	4	Zehler.
Der Nenner	3		5	Nenner.

Der erste Bruch zeiget an/ daß das gantze in drey Theile zertheilet/ und derer zwey seyen genommen worden. Deßwegen spricht man ihn auß zwey Drittheil.

Der andere bemercket/ daß das gantze in 5. Theile zertheilet/ und davon viere genommen worden/ spricht man ihn demnach auß vier Fünfftheil. Dieses verstehet sich auch von andern.

Derer Rechnungs-Art nun bestehet auß eben denen im 1. Theil benannten Species/ nemlichen der Addition, Subtraction, Multiplication und Division, jedoch erfordert sie etliche vorbereitliche Reguln/ worvon wir in folgendem Capitel außführlich handlen wollen.

Der gebrochenen Zahlen Theoria.

1. Theorema.

EIn jeder Bruch ist gegen seinem gantzen oder der Unität/wie der Zehler gegen seinem Nenner.

Beweiß.

Dieses erhellet auß der Beschreibung einer gebrochenen Zahl/ die vorher erkläret worden. Dann der Nenner bemercket eben das gantze/ das in so viel gleiche Stück getheilet ist/ als viel sich im Nenner Unitäten befinden. Der Zehler aber zeiget an/ wieviel Theile man auß dem also zertheilten gantzen genommen. Weilen demnach ein Bruch nichts anders ist/ als eben dieser Theile Zahl/ die man laut deß Zehlers auß dem gantzen genommen/ als erhellet/ daß ein Bruch sich gegen seinem gantzen verhalte/wie sich der Zehler gegen seinem Nenner verhält. Hierauß fliessen nun ferner nachfolgende

Corollaria.

1. Wann der Zehler kleiner ist dann sein Nenner/so ist der Bruch auch kleiner dann sein gantzes. Wann aber der Zehler grösser ist dann sein Nenner/so ist der Bruch auch grösser dann sein gantzes. Also ist der Bruch $\frac{30}{20}$. von einem Gülden/ d. i. 30. Groschen grösser/ dann sein gantzes/ oder 20. Groschen.

Wann der Zehler dem Nenner gleich ist/ so gilt der Bruch eben so viel als sein gantzes. Also ist $\frac{20}{20}$ d.i. 20. Groschen eben so viel als sein gantzes/ oder ein Gülden. Auf gleiche Weise gelten auch $\frac{3}{3}$ und $\frac{4}{4}$ so viel als ein gantzes.

2. Auß diesem Theoremate erhellet auch die Warheit dessen / was oben bey der Division gesagt worden/ wann man nemlichen eine kleine Zahl/ z. E. 2 durch eine grösse / nemlichen durch 3. theilen solle/ man den Quotienten bekomme/ wann man die grössere Zahl unter die kleinere setze / und also einen Bruch mache. Dann es verhält sich in einer jeden Division der Quotient gegen der Unität / wie sich der Dividendus verhält gegen den Theiler/ nemlichen hier 2 gegen 3. Nun verhält sich aber auch der Bruch gegen der Unität / wie 2 gegen 3. Ist also dieser der Quotient.

2. Theorema.

Wann eines Bruchs Zehler a sich gegen dem Neñer b verhält/wie eines andern Bruchs Zehler c sich gegen seinem Nenner d verhält/ so seyn die Brüche einander gleich.

$$\begin{array}{cccc} & E & F & \\ a & 2 & 3 & c \\ & \overline{} & \overline{} & \\ b & 4 & 6 & d \end{array}$$

Beweiß.

Der Bruch E verhält sich gegen seinem gantzen / wie der Zehler a gegen dem Nenner b nach

nach dem 1. Thor. d. i. dem Satz nach / wie der Zehler c gegen dem Nenner d / d. i. nach dem 1. Theor. wie der Bruch F gegen eben das gantze. Weilen nun beyde Brüche E und F gegen dem gantzen / welches beyderseits einerley zu seyn supponirt wird / einerley Proportion haben / so werden sie auch gleich seyn.

Dahero muß man die Gültigkeit der Brüche nicht nach der Grösse der Zahlen / sondern nach der Proportion schätzen.

3. Theorema.

Der jenige Bruch z. E. A / ist grösser dann ein andrer z. E. B / dessen Zehler e gegen dem Nenner f eine grössere Proportion hat / dann deß andern Zehler g gegen seinem Nenner h.

	A	B	
e	8	2	g
f	16	6	h

Beweiß.

Dann es hat der Bruch A gegen dem gantzen eben die Proportion, die e gegen f hat / d. i. nach dem Satz / eine grössere dann g gegen h. d. i. nach dem ersten Theorem, eine grössere dann der Bruch B gegen eben dieses gantze. Dahero ist auch der Bruch A grösser dann B / welches zu beweisen war.

4. Theorema.

Die Brüche/ derer Zehler / wo man sie in beyderley Nenner Wechsel-weise multipliciret/ einerley Zahl herauß bringen / seyn untereinander gleich.

E F

a 2 3 c

$$\frac{2}{4} \quad \frac{3}{6}$$

b 4 6 d

K 12

Es seyen gegeben die Brüche E und F/ und man multiplicire a mit d / und c mit b / so kommet ein gleiches Product, neml. K herauß. Dahero sage ich/ E und F seyen einander gleich.

Beweiß.

Nach der 19. Pr. deß 7. B. Euclid. verhält sich a gegen b / wie c gegen d. Seyn demnach laut deß 2. Theor. die Brüche E und F untereinander gleich. Welches zu beweisen war.

5. Theorema.

Der jenige Bruch z. E. A/ ist grösser dann der andere/ nemlich B / dessen Zehler/ wo er deß andern Nenner multipliciret/ eine grössere Zahl herauß bringet.

Es komme/ wo man g mit n multipliciret/ ein grösserer Product herauß / als wann man m mit h multipliciret ; so sage ich/ daß der Bruch A grösser seye dann B.

Be-

Beweiß.

	A	B	
g	2	3	m
h	4	9	n
c	18	12	d

Weilen c / so auß g in n hervor kommen / grösser ist dann d / so auß m in h entstanden / so wird g gegen h eine grössere Ration haben / dann m gegen n. Ist demnach / laut deß 3. Theorem. der Bruch A grösser dann B. Welches zu beweisen war.

Corollarium.

Kan man diesemnach auß dem 4. und 5. Theorem. eine gantz leichte Weise haben / zu sehen / ob die Brüche gleich oder ungleich seyn / und welches unter beyden der gröste ist.

6. Theorema.

Die Brüche D und G so einerley Benennung p haben / haben unter sich eine solche Proportion, dergleichen die Zehler haben.

	D	G	
m	7	5	n.
p	8	8	p.

Beweiß.

Es verhält sich nach dem 1. Theorem. der Bruch D gegen dem gantzen / wie m gegen p. Eben dieses gantze aber verhält sich gegen dem Bruch G auch/ wie p gegen n. Verhält sich diesemnach auch der Bruch D gegen G / wie m gegen n. Welches zu beweisen.

Das 2. Capitel.

Vorbereitliche Reguln der Brüch-Rechnung.

I.

DJe gemeine Gültigkeit der Brüche wird nach der Maaß deß gantzen erkannt / wann man die Gültigkeit durch deß Bruchs Nenner dividiret / und den Quotienten durch ermelten Bruchs Zehler multipliciret; Oder (welches jezuweilen bequemer fället/) wann man die Gültigkeit deß gantzen durch den Zehler multipliciret/und das Product durch den Nenner theilet. Z. E.

$\frac{2}{3}$ eines Güldens/wieviel machen sie Creutzer/Schilling oder Batzen?

Die Gültigkeit deß gantzen 60 Kr. (20.
Dividire durch 3 2 Zehler.

40 Kr.

Weilen

Weilen ein Gülden 60. Kr. außmachet / als dividire man selbe / als deß gantzen Gültigkeit mit dem Nenner deß Bruchs 3 / kommt 20/ diese multiplicire mit 2 dem Zehler/ kommt 40. Kreutzer / und so viel machen auch $\frac{2}{3}$. von einem Gülden.

```
15 Batzen ( 5
3           2
          ----
          10 Batzen.
```

Ingleichem/weilen ein Gülden 15. Batzen außmachet / als dividiret man selbe / als deß gantzen Gültigkeit mit dem Nenner deß Bruchs 3 / kommt vor den Quotienten 5 / solche multipliciret man mit dem Zehler 2 / kommen vors Product 10. Batzen.

$\frac{5}{6}$ eines Reichsthalers/ was machts?

```
3
9 0 Kr.   ( 1 5
6 6           5
          ( 1
          -------
          7 ( 5   ( 1 fl.  15. Kr.
          6 0
```

$\frac{4}{5}$ eines Reichsthalers/ wieviel machen sie?

```
     4
Kr.  9 0   ( 1 8
     5 5       4
           ( 1
           ------
           7 ( 2   ( 1 fl.  12 Kr.
           6 0
```

 $\frac{5}{8}$ eines

$\frac{2}{5}$ eines Güldens/ wieviel machens Kreutzer?

```
       5
Kr.  6 0  (1 2
     5 5     2
          -----
           2 4
```

2. Wann der Zehler dem Nenner gleichet/ so ist der Bruch einem gantzen gleich/ ist er aber kleiner oder grösser dann selber / so ist er auch kleiner oder grösser dann ein gantzes.

Also gleichen $\frac{3}{3}$/ $\frac{7}{7}$/ $\frac{100}{100}$/ $\frac{360}{360}$ etc. einem gantzen oder 1.

Und seyn $\frac{2}{3}$/ $\frac{5}{7}$/ $\frac{50}{100}$ etc. kleiner dann ein gantzes.

Und $\frac{4}{3}$/ $\frac{9}{7}$/ $\frac{110}{100}$ etc. mehr dann ein gantzes.

3. Die Brüche / derer Zehler gegen ihre Nenner einerley Ration haben / seyn einander gleich. Dahero seyn $\frac{1}{2}$/ $\frac{2}{4}$/ $\frac{3}{6}$/ $\frac{4}{8}$/ $\frac{50}{100}$ von gleicher Gültigkeit.

4. Wann man eines Bruchs Nenner und Zehler mit einerley Zahl multipliciret oder dividiret/ so ist der daher entstandene Bruch dem erst vorgetragenen gleich. Wann man demnach diese Brüche $\frac{2}{3}$/ $\frac{3}{4}$/ $\frac{18}{24}$ durch 4 oder durch 2 multipliciret / so seyn die daher entstandene Brüche $\frac{8}{12}$/ $\frac{12}{16}$/ $\frac{72}{96}$/ und $\frac{4}{6}$/ $\frac{6}{8}$/ $\frac{36}{48}$ denen ersten gleich.

5. Die

5. Die Reduction der Brüche/wann man sie nemlichen unter kleinere terminos bringet/ geschihet / wann man so wol dessen Zehler als Nenner durch einerley Zahl genau dividiren kan. Will man aber je einen unter die kleinste terminos bringen / so geschiehet solches durch die gemeine gröste Maaß/ die man also außfinden soll. Man subtrahire das kleinere vom grössern/ als offt man kan / und dann zihe man den Rest fürters vom kleinern/biß einerley Rest zweymal herauß kommet / so wird selber die gemeine gröste Maaß seyn. Wann nun eben ermelter Rest nicht zweymal herauß kömmt / sondern man kan biß auf 1. fortgehen damit / so ist solches ein Anzeigen/ daß man keine gemeine Maaß außfinden könne / und sich daher der gegebene Bruch nicht verkleinern lasse.

Man soll z. E. den Bruch $\frac{42}{84}$ verkleinern/ solches nun geschiehet/wann man dessen Zehler und Nenner erstlich durch 6/ und dann durch 7 dividiret/kömmt in der ersten Theilung $\frac{7}{14}$/und und in der andern $\frac{1}{2}$.

Item/man soll $\frac{12}{16}$ verkleinern/so dividire man Zehler und Nenner durch 4/ kommen $\frac{3}{4}$; Jngleichem $\frac{9}{36}$. dividire man durch 3 / kommen $\frac{3}{12}$. etc.

Gleicher gestalten soll man den Bruch $\frac{105}{140}$. reduciren / so subtrahire man den Zehler/ als die kleinere Zahl 105. vom Nenner/ als der grössern / nemlichen von 140/ bleiben über 35; fürters subtrahire man auß 105. diesen letztern

Rest 35/ bleiben 70/ und davon nochmalen 35/ restiren 35/ welcher Rest dann 2. mal kommet / und demnach die gemeine Maaß deß gegebenen Bruchs ist. Wann man nun letztens mit selber Maaß 35. den Zehler und Nenner deß vorgegebenen Bruchs theilet/ so bekommet man $\frac{3}{4}$. vor den verkleinerten Bruch.

Item / man soll nachgesetzten Bruch verkleinern.

$$\frac{252}{378}$$

378	
252	Subtr.
126	Subtr.
126	Die gemeine Maaß.

Zehler 252 (2 Nen. 378 (3
(über 252 und 378 jeweils 1, darunter 126)

Ist demnach der verkleinerte Bruch $\frac{2}{3}$.

	2	3	4
1 2540160	111 1270080	1 423360	3 105840
1 1 2903042	2121 1451520	2 483840	4 120960

5	6	7	8	9
		2		
71168	3578	504	03	7
1	54	1		
74107	4037	5110	11	8

Item/ich will verkleinern den Bruch

$$\frac{858}{2148}$$

(4
5 (2 (9
2 1 4 5 (2
8 5 8

1
8 5 8 (2
4 2 0

429

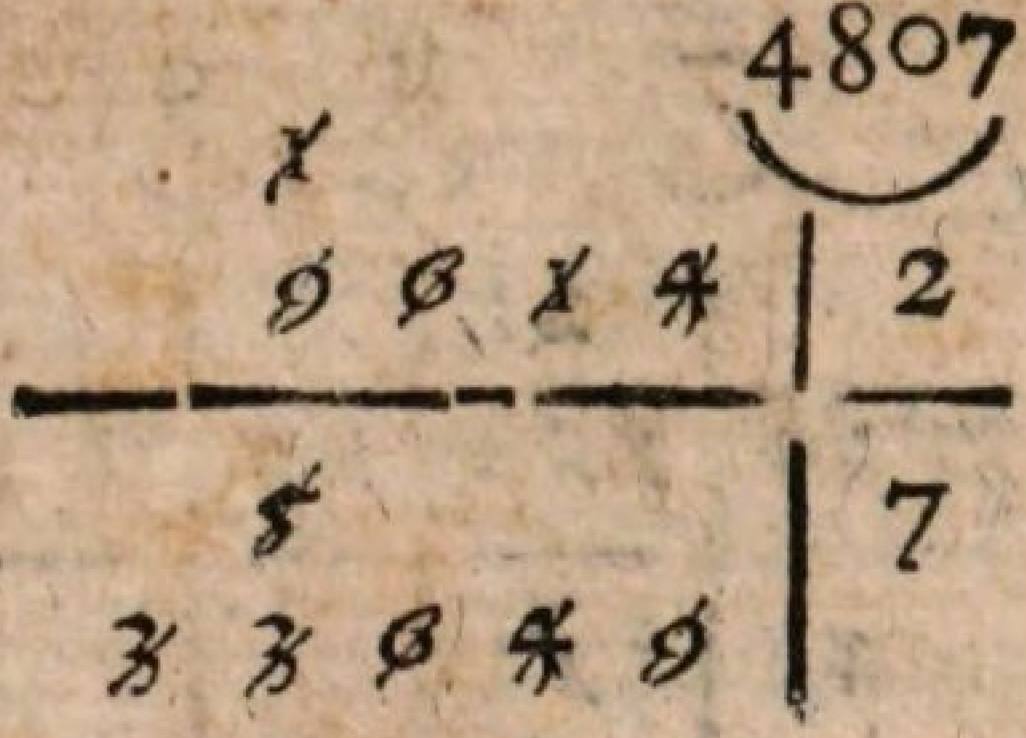
$$\frac{858}{2148} \;\Big|\; \frac{2}{5}$$

Item der Bruch $\frac{9614}{33649}$

(4 (0
0 (8 1 (7
3 3 0 4 0 (3
0 0 1 4

1
0 0 1 4 (2
4 8 0 7

9614



6. Wann man 2. Brüche von verschiedener Benennung unter einerley Nenner bringen will / so multipliciret man den Zehler und Nenner deß einen durch den Nenner deß andern. Will man aber mehrere unter einerley Nenner bringen/so multipliciret man alle Nenner unter einander/so erhält man den gemeinen Nenner/diesen dividiret man fürters durch alle und jede Nenner / und multipliciret die Quotienten durch ihre gehörige Zehler/und setzet sie über den gemeinen Nenner.

Exempel mit 2. Brüchen.

Man soll die zwey Brüche $\frac{3}{5}$ und $\frac{4}{7}$ unter einerley Nenner bringen/so multiplicire man 3 und 5 / den Zehler und Nenner deß ersten Bruchs durch 7 / den Nenner deß andern Bruchs. Fürters multiplicire man 4 und 7/ den Zehler und Nenner deß zweyten Bruchs durch 5 / den Nenner deß ersten Bruchs / so bekommet man $\frac{21}{35}$ und $\frac{20}{35}$ die Brüche nemlichen von einerley Benennung.

Und

Und stehet das Exempel in Zahlen also:

$$\frac{3}{5} \times \frac{4}{7}$$

$$\frac{21}{35} \qquad \frac{20}{35}$$

Exempel mit 3. Brüchen.

Man soll $\frac{2}{3}$/ $\frac{3}{4}$ und $\frac{4}{5}$ unter einerley Benennung bringen. So multiplicire man erstlich die Nenner miteinander/ nemlichen 3 mit 4/ kommen 12/und dieses Product mit 5 kommt vor den allgemeinen Nenner 60. Diesen dividire man zweytens durch 3/ 4/ 5/ der Brüche Nenner/ so bekommt man die Quotienten 20/ 15/ 12/und solche multipliciret man durch 2/3/ 4/ die Zehler der Brüche/ so erhält man auch vor ermelter Brüche Zehler 40/ 45/ 48. Dieses Exempel stünde in Zahlen also:

$\frac{2}{3}$/ $\frac{3}{4}$/ $\frac{4}{5}$ Nenner 3
Nenner 4

12 Product.
Nenner 5

60 gemeiner Nenner.

Gem.

Gem. Nenn. 60 (20
Nenner 3 2 Zehler.
40 Zehler.

4
60 (15
44 3
45 Zehler.

5
60 (12
55 4
48 Zehler.

$\frac{40}{60}$ $\frac{45}{60}$ $\frac{48}{60}$

Die Brüche von einerley Benennung und gleicher Gültigkeit mit denen vorgegebenen.

7. Die Reduction der uneigentlich so genannten Brüche/ d. i. die grösser seyn/dann ein gantzes/ geschihet/ wann man die Zehler durch die Denominatores dividiret.

Die gantzen aber verändert man in einen Bruch von dem gegebenen Nenner/wann man sie durch den gegebenen Nenner multipliciret/ und eben ermelten Nenner darunter setzet.

Endlichen stellen auch zum öfftern die gantzen Brüche vor / wann man unter selbe ein

Quer-

Quer-Strichlein zihet / und 1 darunter se-
tzet.

Man soll 1. den Bruch $\frac{21}{7}$ reduciren/ und in sein gantzes bringen/ so dividire man den Zehler 21 durch den Nenner 7 / so kommet herauß 3/ das verlangte gantze. Wolte man aber auch $\frac{24}{7}$ auf diese Art reduciren/ so kåme/ wo man 24 mit 7 reducirte/ herauß 3 $\frac{3}{7}$. Und stůnde das letztere Exempel in Zahlen also:

	(3	
Der Bruch $\frac{24}{7}$	24	(3 $\frac{3}{7}$ ein vermeng-
	7	ter Bruch.

Wolte man fůrs andere 3. gantze in einen Bruch/ dessen Nenner 7 wåre/ bringen/ so můste man nur 3/ die gantze durch den gegebenen Nenner 7 multipliciren / kåmen 21 / und darunter den gegebenen Nenner setzen / wie es bey Brůchen gebråuchlich ist/ nemlichen also: $\frac{21}{7}$. In Zahlen stůnde es also:

Das gantze	3	
Der gegebene Nenner	7	21
	———	———
Zehler	21	7

8. Die vermischten Brůche bringet man in rechte vôllige Brůche / so da grôsser dann ein gantzes seyn / wann man die gantzen durch den Nenner deß angehenckten Bruchs multipliciret/ und dem Product dessen Zehler bey addiret/ so bekommet man den Zehler deß neuen Bruchs.

Man solte zum Exempel $3\frac{3}{7}$ unter einen puren Bruch bringen / so müste man das gantze 3 / mit dem Nenner deß angehengten Bruchs 7 multipliciren / käm hier 21 / und darunter deß vorermelten Bruchs Nenner setzen / also: $\frac{24}{7}$. Item $3\frac{1}{9}$.

$$\begin{array}{r} 9 \\ 3 \\ \hline 27 \\ 1 \\ \hline 28 \end{array} \qquad \frac{28}{9}$$

Das 3. Capitel.

Von Addition, Subtraction, Multiplication und Division der Brüche.

Die Addition der Brüche

BEschiehet / wann man die Zehler der gegebenen Brüche (nach vorheriger Bringung selber unter einerley Nenner / wo es vonnöthen ist) zusammen addiret / und unter die Summen den gemeinen Nenner schreibet. Wann bey den Brüchen gantze stehen / so addiret man solche insonderheit / und füget sie der Brüche Summen bey.

Exem-

Exempel / da die Nenner gleich.

Man soll $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{3}$ zusammen addiren / so addire man nur oben die Zehler / 2 und 1 / macht 3 / und setzet den gemeinen Nenner darunter / kommt $\frac{3}{3}$ oder 1. Stünde in Zahlen also:

$\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{3}$ — Item $\frac{4}{9}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{2}{9}$

Sum. $\frac{3}{3}$ oder 1. — Sum. $\frac{8}{9}$.

Exempel / da die Nenner ungleich.

Man solte $\frac{3}{5}$ / $\frac{4}{7}$ addiren / so müste man selbe erst nach der 6. Regul deß vorhergehenden Cap. reduciren / oder unter einerley Nenner bringen / kämen $\frac{21}{35}$. und $\frac{20}{35}$ / dann addire man die Zehler / käme die Summ $\frac{41}{35}$. (d. i. $1\frac{6}{35}$. Dann weilen die Summ ein gantzes in sich begreiffet / so muß man den Zehler durch den Nenner dividiren / so kommt nach der 7. Regul oben stehendes Product $1\frac{6}{35}$.

Item / man soll addiren $\frac{2}{3}$ / $\frac{3}{4}$ / $\frac{4}{5}$ / so stünden solche nach der 6. Regul also: $\frac{40}{60}$ $\frac{45}{60}$ und $\frac{48}{60}$ / diese addirte man so dann nach bereits angewiesener Art / kämen $\frac{133}{60}$ / d. i. $2\frac{13}{60}$.

Additions-Exempel der Brüche von gleichen Nennern.

$\frac{1}{5}$ / $\frac{2}{5}$ / $\frac{3}{5}$ / $\frac{4}{5}$ / was machen sie? facit 2 gantze.

$\frac{1}{7}$ / $\frac{2}{7}$ / $\frac{3}{7}$ / $\frac{4}{7}$ / $\frac{5}{7}$ / was machen sie zusammen? facit $2\frac{1}{7}$.

$\frac{2}{11}$/ $\frac{3}{11}$/ $\frac{4}{11}$/ $\frac{5}{11}$/ $\frac{6}{11}$/ $\frac{7}{11}$/ was machen sie? facit $2\frac{5}{11}$.

Exempel der Brüche von ungleichen Nennern.

$\frac{1}{2}$/ $\frac{3}{4}$/ was machen sie zusammen? facit $1\frac{1}{4}$.

$\frac{2}{3}$/ $\frac{3}{4}$/ wieviel machen sie zusammen? facit $1\frac{5}{12}$.

$\frac{2}{3}$/ $\frac{4}{5}$/ wieviel bringen sie? facit $1\frac{7}{15}$.

$\frac{1}{2}$/ $\frac{1}{4}$/ $\frac{3}{8}$/ $\frac{5}{12}$/ $\frac{1}{24}$/ was bringen sie? facit $1\frac{7}{12}$.

$\frac{1}{2}$/ $\frac{5}{6}$/ $\frac{1}{8}$/ $\frac{7}{48}$/ was bringen sie? facit $1\frac{29}{48}$.

2. Die Subtraction der Brüch.

Solche geschiehet / wann man den Zehler deß jenigen Bruchs / den man subtrahiren/ soll/ von deß andern Bruchs Zehler abziehet / und wo es vonnöthen / vorhero beyde Brüch unter einerley Nenner bringet / auch so dann bemelten allgemeinen Nenner unter den Rest schreibet.

Bey vermengten Zahlen subtrahiret man die gantzen besonders / und wo der beystehende Bruch/so zu subtrahiren ist/einen grössern Zehler hat / dann der andere / worvon er gezogen werden soll/ so verändert er die von dem gantzen geborg-

geborgte Unität in einen Bruch von gleicher Benennung/und vereinbart sich mit selben.

Wir wollen besagtes erklären durch

Exempel / wo die Brüch gleiche Nenner haben.

Man soll $\frac{2}{7}$ von $\frac{3}{7}$ subtrahiren / so ziehet man deß ersten Bruchs Zehler 2 von deß andern seinen Zehler 3 / bleibt 1 / darunter setzet man den Nenner.

Exempel / wo die Brüch ungleiche Nenner haben.

Man subtrahire $\frac{2}{3}$ auß $\frac{3}{4}$ / da bringe man diese Brüch nach der 6. Regul vorhergehenden Capitels unter gleiche Nenner / kommen $\frac{8}{12}$. vor den ersten/und $\frac{9}{12}$. vor den andern/und subtrahire so dann deß ersten Zehler 8 von deß andern seinem 9/ bleibt über 1 / darunter setze man den gemeinen Nenner 12 also/ $\frac{1}{12}$. welches dann der wahre Rest ist.

Exempel wo gantze beyn Brüchen stehen.

Man soll $2\frac{3}{5}$ von $5\frac{2}{3}$ subtrahiren / so ziehe man erstlich die gantzen / nemlichen 2 von 5 ab von einander/dann bringe man die beygefügten Brüche unter einerley Benennung / kommen vor den ersten $\frac{9}{15}$/ und vor den andern $\frac{10}{15}$ / subtrahire demnach deß ersten Zehler 9 von deß andern

dern seinem 10 bleibet 1/darunter schreibe man den gemeinen Nenner 15/stehet also $\frac{1}{15}$/vor diesen Bruch setze man den Rest vom gantzen/3/ so ist 3$\frac{1}{15}$ der völlige Rest/den man gesuchet.

Solte man aber 5$\frac{3}{4}$ von 8$\frac{2}{5}$ abziehen / so müste man erst die Brüch unter gleiche Benennung bringen/ nach der 6. Regul; alldieweilen aber der erste Bruch so dann grösser wird dann der andere / nemlichen $\frac{15}{20}$/ so daß man ihne vom andern/nemlichen $\frac{8}{20}$ nicht subtrahiren kan/ als muß man eins vom beystehenden gantzen borgen / und solches in einen Bruch von gleicher Benennung bringen / nemlichen in $\frac{20}{20}$/ darzu noch die $\frac{8}{20}$ addiren / kämen $\frac{28}{20}$/ so daß sie also stünden/ 5$\frac{15}{20}$ 7$\frac{28}{20}$/ dann subtrahire man die gantzen von einander / nemlichen 5 von 7 / und nicht von 8 / weilen 1 geborget worden davon/ bleiben 2 über / dann zöge man auch den Zehler deß ersten Bruchs 15 / von dem Zehler deß andern 28/ bleiben 13/ darunter schreibe man den gemeinen Nenner 20 / wäre also 2$\frac{13}{20}$ der verlangte Rest.

Subtractions - Exempel der Brüche von gleichen Nennern.

$\frac{3}{5}$ von $\frac{4}{5}$ abgezogen/ wieviel bleiben? facit $\frac{1}{5}$.

$\frac{5}{8}$ von $\frac{7}{8}$ subtrahirt / was bleibt ? facit $\frac{2}{8}$ oder $\frac{1}{4}$.

Von

Von ungleichen Nennern.

$\frac{1}{2}$ von $\frac{3}{4}$ subtrahirt / was bleibt? facit $\frac{1}{4}$.

$\frac{2}{3}$ von $\frac{3}{4}$ abgezogen / was bleibt? facit $\frac{1}{12}$.

Exempel mit gantzen und Brüchen.

$\frac{3}{4}$ von $100\frac{2}{3}$ abgezogen / was restirt? facit $99\frac{11}{12}$.

$24\frac{7}{8}$ von $139\frac{3}{4}$ abgezogen / was bleibt? facit $114\frac{7}{8}$.

3. Die Multiplication der Brüchen.

Diese erfordert keine Benennungs-Gleichheit / sondern nur / daß man den Zehler deß einen / mit dem Zehler deß andern / und den Nenner deß einen mit dem Nenner deß andern multiplicire / vorhero aber die gantzen / wo eine bey den Brüchen stehen / in Brüche verändere. Und dahero entstehen die Brüch von Brüchen / und wird auch derer Giltigkeit erkant / wie folget.

Exempel.

Man soll multipliciren $\frac{2}{3}$ durch $\frac{3}{4}$ / so multiplicire man die Zehler / 2 mal 3 bringen 6 / und dann die Nenner / 3 mal 4 machen 12 / und setze die Product Bruchs-weise über einander also

$\frac{6}{12}$ / welche / wo man sie verkleinert / $\frac{1}{2}$ bringen vor das wahre Product.

Item man soll $\frac{5}{6}$ mit $3\frac{1}{2}$ multipliciren / da bringe man das gantze 3 erst mit dem hinten an stehenden halben in einen Bruch / nach der 8ten Regul / kämen $\frac{7}{2}$ / dann multiplicire man die Zehler / 5 mit 7 / kämen 35 / und Nenner 2 mit 6 / kämen 12 / und setze sie Bruchs-weiß unter einander / also $\frac{35}{12}$ / weilen aber dieses Product gantze in sich hält / so verfahre man damit nach der 7. Regul / so erhält man $2\frac{11}{12}$.

Die Gültigkeit der Brüche auß Brüchen zu erfahren / bedienet man sich eben dieser Multiplication, wie bißher angewiesen worden / z. E.

Wieviel machen $\frac{2}{5}$ auß $\frac{3}{4}$. Da multipliciret man erstlich die Zehler / 2 mit 3 / kommen 6 / und Nenner / 5 mit 4 kommen 20 / und setzet die Product Bruchs-weiß unter einander / also $\frac{6}{20}$ / oder verkleinert $\frac{3}{10}$.

Item $\frac{1}{2}$ auß $\frac{3}{5}$ von $\frac{2}{7}$ wieviel machen sie? fac. $\frac{6}{70}$ / oder verkleinert $\frac{3}{35}$.

Exempel der Multiplication der Brüche.

$\frac{5}{7}$ mit $\frac{3}{4}$ multiplicirt / was machen sie? facit $\frac{15}{28}$.

$\frac{2}{3}$ mit $\frac{7}{9}$ multiplicirt / was bringen sie? facit $\frac{14}{27}$.

$\frac{2}{3}$ mit

$\frac{2}{3}$ mit $\frac{3}{4}$ multiplicirt / wieviel bringen sie? facit $\frac{1}{2}$.

$\frac{5}{6}$ mit $\frac{3}{8}$ multiplicirt/was bringen sie? facit $\frac{5}{16}$.

100 mit $\frac{4}{5}$ mult. was bringen sie? fac. 80. gantze.

240 mit $\frac{3}{4}$ mult. was geben sie? facit 180. gantze.

$12\frac{1}{3}$ mit $9\frac{3}{4}$ mult. was geben sie? facit $120\frac{1}{4}$.

4. Die Division der Brüche.

Solche geschiehet/wann man durchs Creutz deß Dividendi Zehler in den Nenner deß Theilers multipliciret / so bekommet man deß Quotienten Zehler/und dann deß Theilers Zehler in den Nenner deß Dividendi multipliciret/ so bekommet man deß Quotienten Nenner. Oder kürtzer: Man kehret nemlichen den Divisorem um/und multipliciret nach deme wie oben.

Exempel nach der ersten Art.

Man soll $\frac{3}{4}$ durch $\frac{2}{3}$ dividiren / so setze man den Dividendum und Theiler / wie hieunten / dann multiplicire man deß Dividendi Zehler 3 mit dem Nenner deß Theilers 3/kommt 9 vor den Zehler deß Quotienten. Fürters multiplicire man den Nenner deß Dividendi 4 mit dem Zehler deß Theilers 2 / kommt 8 vor den

Nenner deß Quotienten / ist demnach der völlige Quotient $\frac{9}{8}$/ oder verkleinert $1\frac{1}{9}$.

$$\text{Dividendus } \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \text{ Theiler.}$$

$$\frac{9}{8} \text{ oder } 1\frac{1}{9}.$$

Nach der zweyten Art.

Oder man verkehret den Theiler / so daß der Nenner oben / und der Zehler unten stehe / multipliciret nachgehends die 2 obere und untere miteinander / also:

$$\text{Dividendus } \frac{3}{4} \quad \frac{3}{2} \text{ Umgekehrter Theiler.}$$

$$\frac{9}{8} \text{ oder verkleinert } 1\frac{1}{9}.$$

N. Wann gantze dabey stehen / so muß man selbe unter deß beygefügten Bruchs allgemeinen Nenner bringen / und dann besagtem nach procediren. Z. E. Man solte $10\frac{1}{6}$ dividiren durch $5\frac{1}{2}$. Stünde den Zahlen nach also:

$$5\frac{1}{2} \qquad 10\frac{1}{6}.$$

$$\text{Theiler } \frac{11}{2} \text{ Divid. } \frac{61}{6}. \qquad \frac{2}{11}$$

Umgekehrter Theiler.

```
  (5
   6(6
 ----  -----
 1 2 2 (1          1    2)
 --------          8 6 | 2 8
   6 6          -------|-----
                   6 6 | 3 3
```

Di-

Divisions - Exempel.

$\frac{5}{8}$ und $\frac{3}{4}$ dividirt/wieviel bringen sie? facit $1\frac{1}{5}$.

$\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{6}$ dividirt/ was geben sie? facit $1\frac{1}{9}$.

$5\frac{1}{2}$ und $10\frac{1}{6}$ dividirt/ was kommt? fac. $1\frac{28}{33}$.

$2\frac{1}{4}$ und $6\frac{2}{3}$ dividirt/ was kommt? facit $2\frac{26}{27}$.

3 und $\frac{5}{7}$ dividirt/ was ist der Quotient? fac. $\frac{2}{7}$.

Und so viel von denen gebrochenen Zahlen/ deme wir dann auch die Außziehung der Quadrat- und Cubic-Wurtzeln beyfügen/ und damit so dann diesen Theil beschliessen wollen.

Das 4. Capitel.

Von Außziehung der Quadrat-Wurtzel.

DJe Quadrat-Wurtzel ist eine Zahl/ die/ wo man sie in sie selbst multipliciret/ eine Quadrat-Zahl hervor bringet. Eine Quadrat-Zahl aber ist/ die auß einer also in sich gemultiplicirten Zahl entstehet. In nachgesetzter Tafel seyn die untern Zahlen Quadrat-Zahlen/die obern aber derer Wurtzeln. Es werden aber vorbesagte/ und alle andere Zahlen/die/wo man sie in sich selbsten multipliciret/

Quadrat-Zahlen hervor bringen / deßwegen Quadrat-Wurtzeln genannt / weilen auß selben als Wurtzeln die Quadrat-Zahlen entstehen.

Man nennet sie auch Quadrat-Seiten/ weilen / wann man Quadrat-Zahlen in eine viereckigte Figur bringet/ d. i. wann man so viel Unitäten/ in einer jeden Reyhe der Breite nach ordnet/ als viel nach der Länge genommen worden/ wie auß der Figur erhellet; die jenige Zahl/ auß derer Multiplication in sich/ die jenige Quadrat-Zahl entstanden / eine Seite dergleichen Quadrat ist.

o o o
o o o
o o o

Ist demnach das Extrahiren oder Außfinden der Quadrat-Wurtzel einer Zahl / nichts anders/ dann eine Zahle suchen/ die/ wo man sie in sich multipliciret / die vorgegebene Zahl / wo sie eine Quadrat-Zahl ist / außmachet / oder wo sie keine ist / doch die darinnen begriffene gröste Quadrat-Zahl vorstellet.

Die Regul aber / die Quadrat-Wurtzel zu extrahiren / ist diese: Wann die vorgegebene Zahl nicht grösser dann 100/ und eine Quadrat-Zahl ist / so findet man derer Wurtzel in der ersten Reihen nachfolgender Tafel. Stehet sie aber nicht darinnen / so ists ein Zeichen/ daß sie

keine

keine Quadrat-Zahl seye / und demnach keine Quadrat-Wurtzel habe.

Wurtzeln	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
□ Zahlen	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Ist aber die vorgegebene Zahl grösser dañ 100/ so verfahre man also:

1. Setze man die Zahl / wie in der Division, und theile selbe in gewisse Membra, setze einen Punct unter die erste Figur rechter Hand/ und wieder einen unter die dritte / einen andern unter die fünffte/u. s. f. jedesmal unter die dritte vom gemachten Punct an zu rechnen / wie im Exempel bey A geschehen. Und soll man wissen/ daß die Wurtzel so viel Figuren haben müsse/als viel man Membra bemercket. Ein jedes Membrum aber begreiffet 2. Figuren/die letztere lincker Hand außgenommen / die bißweilen eine einzige haben kan.

2. Fange man lincker Hand beym letzten Membro an/ und sehe (in oben beygefügter Tafel) ob die erste Zahl eine Quadrat-Zahl seye/ und schreibe derer Wurtzel in den Quotienten/ wie in der Division zu geschehen pfleget. Ists aber keine Quadrat-Zahl/ so suche man in angeregter Tafel den nächst kleinern Quadrat, und setze dessen Wurtzel in Quotienten/ oder vor die erste Figur der Wurtzel / die man finden soll/ den Quadrat aber setze man recht unter das erste

Mem-

Membrum, wie in A, und subtrahir in davon/ den Rest setze man unter die vorher gezogene Linie.

3. Darzu ziehe man das folgende Membrum herunter / duplire die erst außgefundene Wurtzel / und setze sie also verdoppelt unter die letztere herabgezogene Zahl ohne eine von der rechten Hand an / dann sehe man/wie im Dividiren/wie offt man solche in der oben drüber stehenden Zahl haben könne / und schreibe den neuen Quotienten auch hin/ erstlichen nach dem halben Mond zum erst außgefundenen / dann vor die verdoppelte Wurtzel/und endlichen auch drunter / multiplicire damit/ wie gewöhnlich/ subtrahire das Product, vom Rest der ersten Operation und dem andern herunter gezogenen Membro, und setze den Rest gebührend darunter.

4. Hierauf ziehet man wiederum das folgende Membrum zu dem Rest herunter/dopplirct die gantze außgefundene Wurtzel / setzet sie hinunter unter die letzte Figur ohne eine / sihet so dann / wie offt sie in der obenstehenden Zahl enthalten/ schreibet den Quotienten zu den erst außgefundenen hinter / und dann vor die verdoppelte Wurtzel und auch drunter/und verfahret damit in allem / wie bereits gewiesen worden. Seyn noch mehr Membra vorhanden/ so machet mans auf diese Art gantz hinauß

Wir wollen aber die Sach durch ein Exempel erklären: Man soll auß 119025 die Quadrat-

drat-Wurtzel ziehen / ſo punctire man die vorgegebene Zahl / wie §. 1. gemeldet worden / alſo:

1 1 9 0 2 5 (
  ·   ·   ·

Dann ſuche das erſte Membrum 11 in beygefügtem Quadrat-Täfelein / unter denen Quadrat-Zahlen / da finde ich ſie aber nicht / ſondern muß die nächſt kleinere / nemlichen 9 nehmen / dieſe ſetze ich unter die 11 / die oben ſtehende Wurtzel 3 aber hinter in Quotienten / ſubtrahire die 9 von 11 / bleiben 2 / dieſe ſetze ich drunter / wie hierunten zu ſehen. Und dieſe Operation wird nur anfänglichen gebraucht / und nicht mehr wiederholet.

~~1~~ ~~1~~ 9 0 2 5 (3
  ·   ·   ·

~~9~~

2

Weiter ziehe ich das folgende Membrum, nemlichen die folgende 90 herunter neben den Reſt / 2 / doplire die erſt außgefundene Wurtzel 3 / kommen 6 / und ſetze ſie unter die letztere Figur ohne eine / ſehe / wie offt ich ſie in der ober ihr ſtehenden Zahl 29 haben könne / hier kan ich ſie 4 mal haben / dieſe 4 ſetze ich hinter in Quotienten / vor die verdoppelte Wurtzel 6 / und gleich darunter / multiplicire dieſe miteinander / komt 256 / und ſubtrahire das Product vom Reſt und dem

dem herabgezogenen Membro, allhier von 290/ bleiben über 34/ wie hieunten zu sehen.

```
1 1 9 0 2 5 (3 4 5
·   ·   ·
  9
———
  2 9 0
    6 4
      4
———————
  2 5 6
———————
    3 4 2 5
      6 8 5
          5
———————————
    3 4 2 5
———————————
    0 0 0 0
```

Zu diesem Rest ziehe ich das letzte Membrum 25 vollend herunter / verdopple die gantze Wurtzel 34/kommen 68/und setze sie wieder so/ daß die 8 unter die letztere Zahl ohne eine komme/ sehe/wie offt ich 6 in 34 haben könne/ hier 5 mal/diese 5 setze ich in den Quotienten/ neben die verdoppelte Wurtzel 68/ und gleich auch drunter / multipliciers miteinander / kommen 3425 / dieses subtrahire ich von der obenstehenden Zahl 3425/ so bleibet nichts über / und ist demnach die Wurtzel gebührend nach der Kunst außgezogen worden / und vor selbe allhier 345 kommen.

N. 1. Wann nach der ersten Operation die verdoppelte Wurtzel so groß kommet/ daß sie auch nicht einmal in der ober ihr stehenden Zahl enthalten ist/ so setzet man eine Nullen in Quotienten/ löschet die verdoppelte Wurtzel auß/ und ziehet noch ein Membrum herunter/ und fähret mit Verdopplung der Wurtzel/ etc. fort wie sonsten/ nur daß man sie besser vorwarts/ und wieder unter die letzte Figur ohne eine rechtwarts schreibet. Z. E.

25060036 (5006
. . . .
25
———
000036
.
10
100
10006
6
———
00036

N. 2. Wann auß einer grossen Zahl eine oder auch mehr Wurtzeln bereits gezogen worden/ und sind in der gegebenen Zahl nichts/ als lauter Nullen noch übrig/ so setze so viel Nullen in den Quotienten/ so viel Puncten oder Paar Nullen noch übrig seyn. Z. E.

250000 (500
. : :
25

~~4~~~~9~~000000 (7000
. . . .

~~4~~~~9~~

N. 3. Die Zahlen/ in welchem nach außgezogener Wurtzel etwas überbleibet/ werden Irrational-oder Surde-Zahlen genannt/ und kan auß dergleichen die Wurtzel nimmer genau extrahirt werden/ daß sie quadrate multiplicirt/ die erstgegebene Zahl wiederum herauß brächte/ sondern es bleibet allezeit etwas über. Ist demnach die extrahirte Radix nicht die Wurtzel der gantzen vorgegebenen Zahl/ sondern deß grösten Quadrats, so in der vorgegebenen Zahl enthalten. Wann man aber die Wurtzel aufs allergenaueste suchen wolte/ daß darinnen auch der übrige Rest mit außgetrucket werden solte/ so kan man dieses nach zweyerley Manier verrichten.

1. Daß die heraußgebrachte Wurtzel um das allerkleinste und fast unmercklichste Theilichen kleiner werde/ als die wahre Wurtzel. 2. Daß sie um das allerwenigste grösser werde/ als die wahre Wurtzel der fürgegebenen Zahl. Nach der ersten Art die nächst kleinere Wurtzel außzufinden/ verfähret man also: Zu der bereits herauß gebrachten Wurtzel henge man hinten einen Bruch/ dessen Zehler sey der übergebliebene Rest/ der Nenner aber die verdoppelte heraußgekommene Wurtzel/ wo man 1 zuvor darzu addiret.

Nach der andern Art aber findet man die nächst-grössere Wurtzel-Zahl also: An die bereits herauß gekommene Radicem henge man einen Bruch / dessen Zehler seye der übergebliebene Rest / der Nenner aber die verdoppelte heraußgekommene Wurtzel. Z. E.

$345216 \; (587\tfrac{647}{1175}$ Rest.

```
345216 (587 647/1175 Rest.
 . . .
 25          Wurtzel um
 ----
 957       etwas zu klein.
 108
   8               587
 -----               2
 864               -----
 ------            1174
 8816                 1 add.
 1167              -----
    7              1175
 ------
 8169
 ------
 647
```

345216 $587\frac{647}{1174}$

Radix um etwas zu groß.

```
345216
 .  .  .
 78
-------
 957
 108
   8
-------
 804
-------
  8813
  1167
     7
-------
  8100
-------
   647
```

N. 4. Wann in einer Zahl nach dem letzten subtrahiren noch etwas im Rest bleibet/und man wolte wissen/um wieviel die gegebene Zahl hätte grösser seyn müssen / wann alles hätte gleich aufgehen/und die Radix um Eins grösser werden sollen/ so thut man ihm also: Man addire zu der verdoppelten Wurtzel 1/und subtrahire von dieser Summ den überbliebenen Rest/ so deutet dieser zweyte Rest an/ um wieviel die erste Zahl hätte grösser seyn müssen.

Die verdoppelte Wurtzel mit der
addirten Unität ist

```
                    1175
Der erste Rest  .   64.7
                 ---------
Der ander Rest       528
```

```
345216
   528
------
345744
```

Wann man demnach diesen andern Rest zu der erst gegebenen Zahl addiret/und auß dieser Summen die Wurtzel extrahiret / so wird selbige Radix um 1 grösser / und gehet alles gleich auf.

```
345744 (588
.  .  .
25
----
 085
 108
   8
 ------
 8.04
 ------
  0344
  1168
     8
  ------
  0344
```

Die Prob dieſer Außziehung geſchiehet durch die Multiplication der herauß gekommenen Wurtzel-Zahl mit ſich ſelbſten. Wann ſo dann in dem Product eben die vorgegebene Quadrat-Zahl wieder herauß kommt / ſo hat man recht extrahiret. Z. E. im erſten Exempel kame die Radix herauß

$$
\begin{array}{r}
345\\
345\\
\hline
1725\\
1380\\
1035\\
\hline
119025
\end{array}
\text{ die } \square \text{ Zahl.}
$$

Wann aber die vorgegebene Zahl nach außgezogener Wurtzel nicht völlig aufgangen/ ſondern nach der letztern Subtraction was übergeblieben iſt/ſo wird ſelbiger Reſt zum Product der mit ſich ſelbſt multiplicirten Wurtzel addiret. Wann nun dieſe letzte Summ die erſt-vorgegebene Zahl wieder herauß bringet/ſo hat man recht operiret. Zum Ex. in letzter Extraction

```
    587
    587
  -----
   4109
  4696
 2935
 ------
 344569
    647 Rest.
 -------
 345216 □ Zahl.
```

Beweiß der Extraction der Quadrat-Wurtzel.

Diese Regul weiset sich deme von selbsten/ der eine auß zwey Buchstaben bestehende Wurtzel z. E. a † b quadratè multipliciret. Dann er bekommt der angenommenen Wurtzel Quadrat und deß Euclid. 4 Pr. deß 2. B. zugleich aber auch eine general Regul eine jede Quadrat-Wurtzel zu extrahiren / und zwar nur auß diesen wenigen Buchstaben.

aa † 2ab † bb

Damit nun dieses desto mehrers erhelle/ was die Extractions-Regul betrifft / so wollen wir uns einbilden 1. die Wurtzel deß erst außgefundenen Quadrats aa † 2 ab † bb seye bereits bewust / (dann wir nahmen vor selbe a†b) müssen demnach einzig dahin sehen / auf was Art durch die Division diese Wurtzel auß ermeltem

Quadrat extrahirt werde. Nun aber siehet man so fort/daß die erste Nota a auß dem ersten Theil deß Quadrats aa / und die andere b auß dem übrigen 2 ab † bb müsse gezogen werden / weilen nun daher die Wurtzel 2 Notas hat/ also muß das Quadrat auch in 2. Classes oder Membra getheilet werden / welche beyde so dann die Notas der Wurtzel geben.

Fürter ist klar / daß man die erste Notam der Wurtzel a auß der Extraction deß Quadrats aa bekomme.

Weiter erhellet / wann man durch die Division die andere Notam der Wurtzel haben wolle/so müsse man deß folgenden Membri nächsten Theil durch 2 a / deß ersten quoti duplum theilen / und damit nach geschehener Division nichts überbleibe / (dann man hat die Wurtzel schon völlig / neimlich a † b) so müsse man nach gewohnlicher Art auß dem übrigen dividendo nicht nur das Product auß dem Theiler und neuen Quotienten sondern auch benebenst das Quadratum eben dieses neuen quoti ziehen. Welches alles die Regul die Quadrat-Wurtzeln zu extrahiren selbsten ist / die wir in vorhergehenden vorgeschrieben haben.

Das 5. Capitel.

Von Außziehung der Cubic-Wurtzel.

EIne Cubische Zahl ist die / so da auß Multiplication einer Zahl in sich selbsten / und dann in das Product entstehet: Als wann man 10 in sich selbsten / d. i. in 10 multipliciret / so kommet zum Product 100 / welches / so mans wieder mit 10 multipliciret / kommet endlichen 1000. Ist demnach diese Zahl 1000 ein Cubus, 10 aber dessen Wurtzel oder Cubische Seite.

Diesem nach ist gantz leicht / die Cubic-Wurtzel auß einer jeden vorgegebenen Zahl zu extrahiren / wo man nur nachfolgendes wol beobachtet.

1. Muß man ein Täfelein der zehen ersten Cuborum neben deren Wurtzeln bey Handen haben / und kan solches durch die Cubische Multiplication der ersten einfachen Zahlen von 1 biß 10 bereitet werden / wie folget:

Wurtzeln	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quad. Zahlē	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Cubic-Zahlen	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

2. Muß man die vorgegebene Zahl vor der Operation durch Puncten in etliche Membra, von der rechten Hand an gegen der lincken unterscheiden / so / daß unter der ersten Figur rechts ein Punct / dann wieder einer unter der vierdten / und einer unter der siebenden / und aber einer unter der zehenden Figur lincker Hand-warts / u. s. f. zu stehen komme / und jedesmal 2 Figuren übergangen werden / wie allhier erscheinet:

45499293 (
 .   .   .

3. Nehme man auß vorhergehendem Täfelein die Wurtzel der Zahl / so lincker Hand vom ersten Punct an stehet / sie mag hernacher gleich auß einer / zwey oder drey Figuren bestehen. Das ist / man suche diese Zahl im Täfelein unter denen Cubic-Zahlen in der dritten Reihen / (wird sie nicht alldorten gefunden / so nehme man die nächst-kleinere) und schreibe derer Wurtzel in den Quotienten / z. E. in obiger Zahl suche man die Wurtzel der Zahl 45 / weilen aber selbe in der Cubic-Tabellen nicht enthalten / als nehme man die nächst kleinere / nemlichen 27 / und setze selber Wurtzel 3 in den Quotienten / also

45499293 (3
 .   .   .

4. Setze man dieser Wurtzel Cubum, 27 unter das erste Membrum 45 / und subtrahire

ihn

ihn davon / den Rest aber schreibe man gleich darunter/wie hierauß erhellet: Und diese Operation geschiehet nur einmal/ nemlichen gleich Anfangs.

~~45~~499293 (3

~~27~~

18

5. Ziehe man das folgende Membrum biß zum nächsten Punct herunter; triplire die erst außgefundene Wurtzel/und setze sie vom Punct oder der ersten Figur rechter Hand an/ um eine zurück / sie mag hernacher auß einer oder mehr Figuren bestehen/wie auß beygefügtem Exempel erhellet:

~~45~~499293 (3

~~27~~	3 Quotus
	3
18499	
9 Triplum.	9 △

6. Bereite man den Theiler also: Man multiplicire den Quotienten / d. i. die erst außgefundene Wurtzel im Quoto, in das erst außgefundene Triplum, und schreibe das Product um eine Stell besser gegen der lincken Hand/ als vorher das Triplum, und zwar gleich darunter / so/ daß diese 2. Zahlen von einander un-

terscheiden seyen / davon die eine das Triplum, die andere aber der Divisor heissen soll. Wo man nun durch diese letztere die oben stehende Cubic-Zahl dividiret / so bekommet man die zweyte Figur der Wurtzel / die man deßwegen in Quotienten setzen kan. Mit diesem neuen Quotienten multiplicire man so dann fürters den Theiler / und setze das Product gleich darunter. Z. E.

45499293 (35	
27	3
18499	3
9 △	9 △
27 Divis.	3 Quot.
5 Q. novus.	27 Divis.
135 E. Q. & Divis.	

7. Dann quadrire man erst außgefundenen Quotienten 5/kommt 25/solche multiplicire man mit dem Triplo 9/kommt 225/diese setze man unter das Product deß Theilers und Quotientens / so daß die erste Zahl davon vorwarts rechter Hand/und zwar um eins zu stehen komme/ dann cubire man auch den neuen Quotienten 5 / kommt 125 / und setze ihn rechter Hand auch um Eins vorwarts / und addire die 3 unter einander stehende Zahlen zusammen / und

zihe

zihe letztens die völlige Summen von der obern Zahl/ den Rest setze man gleich darunter/ so hat die zweyte Operation auch ihre Endschafft/ wie auß nachfolgendem erhellet:

45499293 (35	
27	3 · 3 = 9 △ ; 5 · 5 = □ 25
18499	
9 △	
27 Divisor.	9 △ · 3 = 27 Divis.
5 Quotus novus.	25 · 9 △ = 225 Equadr. Q. & △
135 e Divis. & Quot.	
225 e □to Q. & △lo.	
125 Cubus.	25 · 5 = 125 Cubus.
15875	
2624	

8. Zihe man wieder ein neues Membrum herunter/ zum vorigen Rest/ und wiederhole die zweyte Operation völlig/ nemlichen/ man triplire den gantzen Quotienten 35/ setze ihn unter die herabgezogene Zahl um Eins vorwarts/ suche so dann den Theiler/ und verfahre in allem/ wie zuvor/ und dieses muß man so offt wiederholen/ als viel noch Membra übrig seyn. Und weilen in unserm Exempel noch eines da ist/ so wollen wir es zu mehrerer Außübung vollend durchmachen.

machen. Wann man demnach das letztere Membrum vollend herunter zum Rest gezogen/ so triplire man den gantzen Quotum 35/ kömmt 105/ setze solchen um eins vorwarts gegen der lincken Hand/ und zwar gleich darunter/ dann multiplicire man dieses Triplum mit eben dem gantzen Quotienten 35/ kömmt zum Product 3675/ vor den Theiler/ diesen setze man wieder um eins vorwarts gegen der lincken Hand/ und zwar auch gleich unter das Triplum, sehe so dann/ wie offt man ihne in der obenstehenden Zahl haben könne/ wie im dividiren/ hier 7 mal/ diese 7 setze man in Quotienten/ und unter den Theiler/ und multiplicire ihn damit/ kömmt hier 25725/ dieses Product setze man so fort gleich darunter/ quadrire darauf den neuen Quotienten 7/ kömmt 49/ und dieses Product furters mit dem Triplo 105/ kömmt 5145/ solches setze man um eins gegen der rechten Hand vorwarts darunter/ und cubire eben den neuen Quotum 7/ kömmt 343/ setz selben gleich darunter/ auch rechts um eins vorwarts/ addire diese 3. Product in eine Summen/ und subtrahire sie von der noch übrigen öbern Zahl/ so gehet hier alles just auf/ und ist das Exempel gantz fertig.

Nur mercke man/ daß das tripliren/ quadriren/ cubiren etc. jedesmal à part auf einem besondern Ort geschehen müsse/ wie in dem Exempel angewiesen worden/ damit keine Confusion geschehe. Es folget aber das Exempel vollends:

· · ·
45499293 (357
27

18499
9 △
27 Divis.
5 n Q.

135 è Div. & Q.
225 è □ to Q. & △ lo.
125 Cubus.

18875 Summa.

707470 3
105 △
3675 Divis.
7

25725 è Div. & Q.
5145 è □ Q. & △
343 Cubus.

707470 3 Summa.

0000000

3 5
3 5

9 △ 25 □
3 Q. 9 △

27 Div. 225
è □ Q. & △ l.

25
5

125 Cubus.

35 7
3 7

105 49 □
35

525 105 △
315 49 □ Q.

3675 Div. 945
420

5145
E □ Q. & △.

49
7

343 Cubus.

N. 1. Wann nach der Multiplication deß gantzen Quoti und Tripli der Divisor grösser wird als die oben drüber stehende Zahl / und man demnach nicht dividiren kan / so setze man eine Nulle in den Quotum, lösche den Divisorem auß / und fange die zweyte Operation wieder von neuem an von Triplation deß gantzen Quoti, doch muß man vorhero das nächst-folgende Membrum darzu herunter nehmen.

N. 2. Wann nach einer geendigten Operation oben alles aufgehet / und in der vorgegebenen Zahl noch lauter Nullen stehen / so setze man in Quotum so viel Nullen / als Puncten noch übrig seyn. Als:

~~729~~000000 (900.
 . . .

~~729~~

Die Prob dieser Extraction der Cubic-Wurtzel geschiehet durch die Cubische Multiplication. Wann nemlichen eben die fürgegebene Zahl wieder herauß kömmt/so ist recht verfahren worden / wenn aber nach der Subtraction oben noch etwas übergeblieben / so wird solcher Rest zu dem Product der Cubisch-multiplicirten Wurtzel-Zahl addiret/kömmt so dann die vorgegebene Zahl wieder herauß / so ist es auch recht. Als:

Radix

```
Radix  357
       357
     ------
      2499
     1785
    1071
     ------
    127449
       357
    -------
    892143
   637245
  382347
  ---------
  45499293
```

45499293 Cubic-Zahl wie oben.

Und so viel habe auch von Extrahirung der Cubic-Wurtzel reden wollen.

Beweiß dieser Extraction.

Der Cubus dieser Wurtzel weiset uns ein neues Theorema, und zugleich die Regul eine jede Cubic-Wurtzel zu extrahiren.

$$a^3 + 3aab + 3abb + b^3.$$

Dann wann wir dieses Cubi bereits bekannte Wurtzel $a+b$ durch die Division außziehen wollen / als ist klar / daß die erste Nota der Wurtzel a auß dem ersten Theil deß Cubi, nemlich auß a^3 herkomme / die andere b aber auß dem übrigen Theil $3aab + 3abb + b3$ müsse gezogen werden; und gleich wie die Radix 2. Notas hat/

hat/ also müsse man den Cubum auch in 2. Classes oder Membra theilen / worvon eine jede die notas der Wurtzeln gebe. Hierauß erhellet/ daß die erste Nota der Wurtzel a auß der Extraction der Wurtzel auß dem Cubo a^3 herrühre. Fürters erhellet / wann man durchs dividiren die andere Notam der Wurtzel b haben wolle/ so müsse man den nächst-folgenden andern Theil durch 3aa theilen/ und damit nach geschehener Division nichts überblibe/ (dann man hat die Cubic-Wurtzel a † b schon gantz) so müsse man auß dem noch übrigen Dividendo gewohnlicher Art nach nicht nur das Product deß Theilers in den neuen Quotienten / 3aab / sondern auch das Product auß dem Quadrat deß neuen Quoti in das Triplum deß vorhergehenden Quoti 3abb/ und über das noch eben deß neuen Quoti Cubum b3 subtrahiren. Welches alles die Regul Cubicè zu extrahiren selbsten ist / die wir in vorhergehenden vorgeschrieben haben.

Außziehung der Wurtzeln auß denen Polygonal-Zahlen.

Die Arithmetische Polygonal-Zahlen entstehen auß denen / von der Unität anfangenden Arithmetischen Progressionen / und wird die Unität vor die erste Polygonal-Zahl genommen / auch ist eine jede Summ einer von der Unität anfangenden Arithmetischen Progression eine Polygonal-Zahl/und eine jede Polygonal-

nal-Zahl ist die Summ einer von der Unität anfangender Arithmetischen Progression. Jeder solcher Progressen Anzahl / numerus terminorum genannt / ist die Wurtzel oder Radix der Polygonal-Zahl / und gibet die Differenz jeder Progression der Polygonal-Zahl den Namen.

Die Progressio, da die Differenz nur 1 ist / wird die natürliche Progressio genannt / und gibet den Anfang der Polygonal-Zahlen / nemlichen / die Trigonal-oder dreyeckichte Zahlen / als: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. / da addiret man die ersten zwey / die ersten drey / die ersten viere etc. zusammen. Oder man addire zu 1 die 2 / kommen 3 / zu 3 addire man 3 / kommen 6 / zu 6 addire man 4 / kommen 10. So kommen 1. 3. 6. 10. 15. 21. 28. 36. 45. / welches Polygonal-Zahlen / deren Radices 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. die Differenz dieser Progression ist 1 / diese / wie vor erwehnt / zu 2 addirt / kommen 3 / so das Trigonal oder die dreyeckichten Zahlen weiset.

Die Progression, allwo die Differenz 2 ist / gibet Quadrat-Tetragonal-oder viereckichte Zahlen / als: 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. solche / wie allererst gedacht / zusammen addirt / kommen 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. und seyn Tetragonal-Quadrat-oder Vierungs-Zahlen / deren Wurtzeln seyn 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. die Differenz der Progression ist 2. und selbige † 2 sind 4 / welches anzeiget / daß es Vierungs Zahlen seyn.

Die Progression, da die Differenz 3 ist/ gibet Pentagonal-oder Fünffecks-Zahlen / als: 1. 4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. solche offter-wehnter massen addirt/kommen 1. 5. 12. 22. 35. 51. 70. 92. 117. die Progressions-Differenz 3†2 gibt 5 / und weiset / daß es Pentagonal - oder Fünffecks-Zahlen seyn.

Hierbey stehet zu mercken/daß die Polygonal-Zahlen insgemein mit Latein- oder Griechischen Namen vorgestellet werden. Und heisset

Ein 1. Eft. Henagonal.
2. Eft. Dyogonal.
3. Eft. Trigonal.
4. Tetragonal.
5. Pentagonal.
6. Hexagonal.
7. Heptagonal.
8. Octagonal.
9. Enneagonal.
10. Decagonal.
11. Hendecagonal.
12. Dodeçagonal.
13. Tridecagonal.
14. Tetradecagonal.
15. Pentedecagonal.
16. Hexadecagonal.
17. Heptadecagonal.
18. Octadecagonal.
19. Enneadecagonal.
20. Icosigonal.

30. Ekt.	Triacontagonal.
40.	Tetra oder Tessera contagonal.
50.	Penta contagonal.
60.	Hexa contagonal.
70.	Hepta contagonal.
80.	Octa contagonal.
90.	Ennea contagonal.
100.	Cosio oder Hecacontagonal.
1000.	Chiliogonal.
10000.	Myriogonal &c.

Von Trigonal-Zahlen.

Wie auß einer jeden vorgegebenen Zahl/eine Trigonal- oder dreyeckichte Zahl zu machen seye.

Es kan eine jede Zahl die Radix einer Trigonal-Zahl seyn. Einer jeden Zahl ihre Trigonal-Zahl aber außzufinden / verfähret man also: Die Zahl / deren Trigonal man außfinden will/ addire 1 bey / und multiplicire mit dem halben Theil der Zahlen/solche Summ/so erhält man die verlangte Trigonal-Zahl. Oder man multiplicire die Trigonal-Wurtzel — 1 mit ihrem halben Theil / und addire zum Product die Wurtzel/ so ist die Summ die verlangte Trigonal-Zahl. Z. E.

Man mache auß 8 eine Trigonal-Zahl / was ist dieselbe? Antwort 36.

8 Trigonal-Wurtzel.
1 add.
———
9
4 die Helffte von 8 der Wurtzel.
———
36

Item / man finde auß der Wurtzel 31 eine Trigonal-Zahl/was kommt? fac. 496.

31 Trigonal-Wurtzel.
1 add.
———
32 | 15½ die Helffte der Wurtzel.
———
1 | 31
———
2

3 2
3 1
———
3 2
9 6
———
1̸ 1̸
6̸ 9̸ 2̸ (496
2̸ 2̸ 2̸

Nach

Nach der andern Art:

8 — 1 d. ist 7
4 Helffte der Wurtzel 8.
——
28
8 Wurtzel add.
——
36 Trigonal-Zahl / wie oben.

Das ander Exempel nach dieser Art:

31 -- 1. d. i. $\frac{30}{1}$ $\frac{31}{2}$ die Helffte.

31
30
——
1̸1̸
9̸3̸0̸ (465
2̸2̸2̸ 31 add.
——
496 Trigonal - Zahl wie oben.

Item / mache auß $1\frac{7}{8}$ eine Trigonal-Zahl / was kommt? facit $2\frac{89}{128}$.

$1\frac{7}{8}$ $1\frac{7}{8}$
1 add.
——
$2\frac{7}{8}$ $\frac{15}{8}$ $\frac{1}{2}$ ($\frac{15}{16}$ die Helffte.
——
$\frac{23}{8}$ $\frac{15}{16}$ Helffte.

```
  23        16
  15         8
 ----      ----
 115       128
  23        | (8
 ----       | 1 0 (9
 345 ——————  | 3 4 5 (2 89/128 Trigonal-
            | 1 2 8            Zahl.
```

Extractio der Wurtzeln auß den Trigonal-Zahlen,

Diese geschiehet also: Die vorgegebene Trigonal-Zahl multiplicir mit 8 / zum Product addir 1 / und extrahir auß der Summ radicem quadratam, von der Wurtzel subtrahir 1 / so ist der halbe Theil deß Rests / die gesuchte Trigonal-Wurtzel. Z. E.

Extrahir auß 36 die Trigonal-Wurtzel / was kommt? fac. 8.

```
  36
   8  mult.
 ----
 288
   1  add.
 ----
 289  (17
 
        1  subtr.
 1     ----
 ----  16
 180    8½  Rad. Trigonalis.
  27
   7
 ----
 (180)
```

Item/

Item / extrahir auß 496 die Radicem Trigonalem, was kommt? fac. 31.

```
 496
   8
 ----
 3968
    1 add.
 ----
 3969 (63
        1 subtr.
 30    ---
 ----  62
 300
 123 ½31 Rad. Trigonalis.
   3
 ----
 300
```

Von Mach- und Formirung der Polygonal-Zahlen.

Es kan eine jede Zahl die Wurtzel einer Polygonal-Zahl seyn / wie aber einer jeden Zahl Polygonal-Zahl kürtzlich außzufinden / darvon wollen wir 2. Reguln hier setzen.

1. Regul.

Die Zahl oder Wurtzel / worauß man eine Polygonal-Zahl machen will / um eins verringert / multiplicire man mit ihrer Helffte / und das hierauß kommende Product wiederum mit dem Namen der Vieleckigkeit / weniger 2 / zu

solch letzt-erlangtem Product addire die obige Wurtzel/so ist die Summa die verlangte Polygonal-Zahl.

2. Regul.

Multiplicir die vorgegebene Polygonal-Wurtzel um 1 verringert mit derer Vieleckigkeit/ um 2 verringert/ und multiplicire so dann ferner das herausgekommene mit 2 vergrössert mit der halben Wurtzel/ so ist dieses letzte Product, die begehrte Polygonal-Zahl. Z. E.

Man berechne ein Pentagonal, derer Wurtzel 8 ist/wieviel wird selbe außmachen?

Nach der ersten Art?

8 — 1 d. i. 7
4 Helffte.
———
28
3 5 Ek um 2 vermindert.
———
84
8 add.
———
92

Nach der zweyten Art:

8 — 1 d. i. 7
3 5 Ek um 2 verringert.
———
21
2 add.
———
23
4 halbe Wurtzel.
———
92

Die Extractio der Polygonal-Wurtzel.

Es finden sich verschiedene Maniern/ die Polygonal-Wurtzel auß einer jeden Polygonal-Zahl zu ziehen/wir wollen aber allhier nachfolgende Regul anführen / die so wol vor gantze als gebrochene Zahlen tauget. Diese aber ist folgende

Regul.

Man multiplicire die vorgegebene Polygonal-Zahl mit der um 2 verringerten Zahl ihrer Vieleckigkeit / zum Product addir itzt duplirter Zahl -- 2 halbtheils Quadrat, auß dem Collect extrahir radicem quadratam, zu solcher Wurtzel addir nechst-berührtes Halbtheil / das Collect dividir durch vorbesagte Vieleckigkeit -- 2/so kommt die verlangte Wurtzel.

92
6 dupplirte Zahl deß 5 Ecks -- 2.

55 2/4   3 -- 2 ist 1/ halb ½ Quadrat ¼.
¼ add.   2 dupplat.
     6

552¼ (23½
½ add.

4   24 (8 Radix pentagonalis.

152   3
43
3

129

23

Das Extremum majus einer Polygonal-Zahl zu suchen/ geschiehet also: Man zeucht 1 von der Wurtzel/den Rest multiplicirt man mit der Differenz der Polygon. Wurtzel/und addirt 1/so kommt die letzte Statt.

Z. E. auß 18336 ist die Hexagonal-Wurtzel 96/ was ihr extremum majus?

96
1 Subtr.

95
4 Diff. der Hexag. Wurtzel.

380
1 add.

381 der letzte Terminus in dieser Progression.

Proba

381	
1	term. add.
382	
48	halbe Seiten.
3056	
1528	
18336	

Exemplum von einer Hexagonal, da Radix 5. ist.

Einer sitzt an einem Tisch / hat eine Hand voll Bayerische Goldgülden / legt solche in allerley Figuren vor sich / bringt endlich ein regulirt SechsEck herauß / befindet daß auf jeder Seiten zu äusserst 5. solcher Goldgülden ligen; fragt sichs nun / wieviel dieser an der Zahl gewesen?

Goldgülden.

5		4	mult.
1	subtr.	6	Eckzahl.
4		24	
	Halbirt	12	
	mit	5	mult.
	fac.	60	Goldgülden.

Fer-

Ferner. Einer will diese 60. Goldgülden in ein regulirt 6 Eck bringen / wieviel werden auf jede der äussersten Seiten Stück kommen? fac. 5.

Goldgülden.
60
mit 12 dem duplo multipl.

720 Der Eck.
5 ist 6 -- 1 Subtr. ½6

715 3

9 ——— 9 quadrirt.

724

3(4 8 | 2 6
7 7 4 | —3 R. □
4 4 0 |
7 7 0 | 2 3

6 Eck add.

(5 |
7 0 | 4
0 | 1 add.

facit 5

Der

Der Rechen-Kunst Dritter Theil/

Von der compendieusen Ståbleins-Rechnung.

DIese ist eine künstliche Art / durch Ståblein / so in gewisse Quadratula und Triangel getheilet / und mit etlichen Zahlen bemercket worden / zu rechnen / und seyn selbe von Joh. Nepero, dem so berůhmten Engellåndischen Mathematico, und Erfinder der Logarithmorum außgedacht worden. Wiewolen ich mich keiner Ståblein / sondern statt selber etlicher langlecht-viereckichter Brettlein / oder messinger nicht gar důcker Blechlein bediene / weilen sie sich besser tractiren lassen.

Dieser Brettlein Außfertigung und Gebrauch nun / weilen er vortrefflich und gantz leicht ist / wollen wir kürtzlichen und deutlich in diesem Theil abhandlen.

Das

Das 1. Capitel.

Dieser Neperischen Rechnungs-Brettlein Außfertigung.

MAn lasse sich von Messing / Holtz / oder dichtem Papier ein dünnes Blech-Blättlein etc. A B C D machen / dieses theile man in 10. (oder auch mehr) Reihen von gleicher Länge und Breite ein. Jede dieser Reihen in 9. gleiche kleine Quadratula, und ein jedes Quadratulum wieder in 2. Triangel / und ziehe vom untern Winckel lincks zum obern rechts eine Diagonalem , wie die Figur außweiset. Diesen 9. Reihen / und derer Quadratulis schreibe die Zahlen ein / die man sonsten in der Pythagorischen Tabellen findet / und zwar auf diese Weise / daß die Zahlen / so nur eine Figur haben / in den untern Triangul kommen / die aber / so auß zweyen Figuren bestehen / getheilet / und die eine davon im obern / die andere aber im untern Triangul geschrieben werden. Auf die zehende Reihe / in derer untere Triangul schreibe man lauter Nullen. Hierauf schneide man alle Reihen auß / daß man sie von einander thun / und nach Belieben miteinander vereinbaren könne.

Je mehr man aber dieser Brettlein machet / je besser kan man sie auch bey Multiplicir- und

Divi-

Dividirung der grossen Zahlen gebrauchen.

Das 2. Capitel.

Der Gebrauch dieser Ståblein in der Multiplication und Division.

DEr Gebrauch ermelter bewöglicher Ståblein ist insonderheit deßwegen außgesonnen worden/ damit hierdurch die Multiplication und Division, als welche

welche schwehrer seyn dann die Addition und Subtraction, möchte erleichtert werden. Man mercke aber / daß / wo man zwey solche Stäblein zusammen leget / der öbere Triangul eines jeden Quadratuli deß rechter Hand ligenden Stäbleins mit dem untern Triangul deß andern Quadratuli im lincken Stäblein / einen Rhombum außmache / wie auß selbsten der Figur erhellet.

Diesem nach werde ich die Praxin zu multipliciren / durch ein Exempel erklären.

A	24690
	9
C	222210

Man soll z. E. die Zahl A mit 9 multipliciren / so schreibe man eine unter die andere / wie sonsten in der ordinairen Multiplication, und man im Exempel siehet; dann suche man den Multiplicandum A oben im Haupt der Stäblein / d. i. man erwehle die jenigen Stäblein / da oben 2 / 4 / 6 / 9 / 0 darinnen stehet /

stehet/ und lege eines nach dem andern/ wie auß beygefügter Figur erhellet. Weilen nun der Multiplicator 9 ist/ so zehle man herunterwarts 9 Quadratula, biß auf K L / schreibe die darinnen stehende Zahlen auß/ und setze sie unter den Multiplicatorem dergestalten / daß man die in denen Rhombis begriffene Zahlen in eine Summa zusammen addire/ die man / wo sie nur eine Figur hat/ völlig unter setzen/ wo sie aber auß 2. Figuren bestehet / nur die rechter Hand schreiben / und die lincke im Sinn behalten kan / damit man sie zur folgenden Summ nehmen möge/ wie sonsten auch in der gemeinen Multiplication zu geschehen pfleget / so ist die Multiplication geschehen. Ist demnach die producirte Summ der Zahl A mit 9 multiplicirt/ die Zahl C/ dann erstlich schreibet man auß dem Triangul M L die 0/ dann 1 auß dem Rhombo N/ und weilen 4 und 8 im Rhombo O 12 machen / so setze man 2/ und behalte 1. Weiter/ weilen 6 und 5 im Rhombo P 11 / und mit dem behaltenen 1/12 außmachen/ so schreibe man wieder 2/ und behalte 1/ und weilen 8 und 3 im Rhombo Q mit dem behaltenen 1 wiederum 12 außmachen / so schreibe man 2/ und behalte abermal 1; und weilen endlichen 1 im Triangul K neben dem behaltenen 1/ zwey geben / so setze man 2/ und ist die Multiplication fertig.

Auf gleiche Art verfähret man auch in andern Exempeln.

Nun wollen wir aber zur Division schreiten. Man soll demnach die Zahl M durch den Theiler N dividiren; so setze man erstlich die Zahlen/ wie man siehet in der ersten Operation, und in der gemeinen Division zu geschehen pfleget.

2. Suche man dē Theiler N 24 oben auf den Stäblein/ nemlichen auf E Q/ F P/in beygesetzter Figur/und lege sie neben einander / wie hier seitwarts erscheinet.

3. Gehe man auf ermelten Stäblein herunterwarts / und suche das Membrum deß Dividendi, worunter der Theiler stehet / welches Membrum hier 98 ist / und weilen man solches nicht völlig darinnen findet / so nehme man die nächst kleinere Zahl im 4ten Feldlein der Quadratu-

dratulorum, 96. Schreibet man demnach 4 in den Quotienten/ und subtrahiret 96 von 98/ bleiben 2 über/ die man über die 8 setzet/ löschet hierauf die 98 und 24 auß / und gehet mit dem Theiler N fürters / so stehet das Exempel/ wie in der zweyten Operation.

4. Gehe man in besagten Stäblein wieder herunter / und suche darinnen das folgende Membrum Dividendi, 20 / worunter der Theiler stehet; weilen aber solches nicht gefunden wird / und auch keine geringere Zahl darinnen enthalten ist/ so zeiget solches an/ daß der Theiler nicht einmal darinnen enthalten seye; diesem nach schreibe man in den Quotienten eine Nullen/ durchstreiche den Theiler/ lasse den Dividendum stehen / und gehe mit dem Theiler weiter/so stehet das Exempel/wie in der dritten Operation.

5. Steige man nochmalen auf dem Stäblein herunter / und suche das Membrum Dividendi, worunter der Theiler vor itzt stehet/nemlichen 207 / weilen man aber dieses nicht/ wol aber die nächst kleinere Zahl darauf in dem achten Feldlein herunterwarts/ nemlichen 192 findet/ so schreibe man 8 in den Quotienten / und subtrahire 192 von 207 / restiren 15 / die setze man oben über die Zahl/ und streiche 207 neben dem Theiler 24 durch / und gehe mit selbem fürter / so stehet das Exempel/ wie in der vierdten Operation zu sehen.

6. Suche man in offtbemelten Stäblein

das Membrum deß Dividendi, worunter voritzt der Theiler stehet/ neml. 153/ so findet man im sechsten Feldlein herunter die nächst-kleinere Zahl 144/ wann man nun selbige von der obern subtrahiret/ so bleiben 9 über/ als setze man in Quotienten die 6/ und henge den Rest Bruchsweiß hinten an/ so ist die Division verrichtet.

Das 3. Capitel.

Von dem Gebrauch dieser Stäblein in Außziehung der Quadrat- und Cubic-Wurtzel.

HJerzu muß man neben obigem Stäblein/ 2. sonderbare von gleicher Länge und Breite außfertigen/ und auf das eine die 9. erste Quadrat-Zahlen/ auf das andere aber die 9. ersten Cubos tragen/ und zwar dergestalten/ daß wo die Quadrat-Zahlen eine einzige Figur haben/ man sie in den untern Triangul schreibe/ wann sie aber 2. Figuren haben/ so setze man die erste in den untern/ und die zweyte in den obern Triangul.

Wann aber die Cubi auß dreyen Figuren bestehen/ so setze man die zwey ersten in untern/ und die dritte in obern Triangul; bestehen sie auß zweyen Figuren/ so setze man beyde in untern/ und eine Nullen in öbern Triangul; haben sie dann nur eine Figur/ so schreibe man selbe in untern Triangul/ und füge selber lincks

eine

eine Nullen bey/und setze in den obern auch eine Nulle. Und ob gleich so dann die 2. ersten Figuren in einem Triangul stehen / so machen sie doch 2. Stellen auß / so daß die zweyte davon zun zehenfachen Zahlen gehöret. Das eine dieser Ståblein nun heisset das Quadraten, das andere aber das Cubic-Ståblein.

Der Gebrauch dieser Ståblein in Außziehung der Quadrat-Wurtzel ist dieser: Man extrahiret auß dem letzten Membro die Wurtzel nach sonsten gewohnlicher Weise; dann suchet man das Duplum der erst außgefundenen Wurtzel/ wann es eine eintzige Figur hat/ oben auf denen zu Anfang bereiteten Ståblein/ und zwar nur auf einem/ hat es aber mehr Figuren / so suchet mans auch auf mehrern. An diese leget man rechter Seits das Quadrat-Ståblein/ und lincks das Exponier-Ståblein; dann sehe man / in was für einem Feldlein herunterwarts eine dem Membro gleiche / oder nåchst-kleinere Zahl enthalten / und setze die Zahl deß Exponier-Ståbleins / die das Feldlein / worinnen die gesuchte Zahl zu finden / bemercket / in den Quotienten zur erst außgefundenen Wurtzel / die darauß genommene Zahl aber setze man unter das Membrum und die verdoppelte Wurtzel/ und subtrahire sie vom Membro. Und also verfahre man auch bey andern Exempeln.

In Außziehung der Cubic-Wurtzel verfähret man also:

```
A 22/022/635/627 (2
   8
  ---
p 14/022
n 13 952
  ---
    q. 70
       k 819
       ---
    b 11 529
    c      6
    d    48
    ------
    e 16389
      648 k
    ------
     10112 f
      · 24 g
       36 h
    ------
     13952 n
```

Man soll auß der Zahl A die Cubic-Wurtzel ziehen/ so extrahiret man selbe auß dem letzten Membro nach gewohnlicher Art/ und ist die größte Cubic-Wurtzel in 22/2; derer Cubus 8/ wo man ihn von 22 subtrahiret/ 14 überlässet/ diesem füge noch bey das nächste Membrum 022/ so stehet es gantz also: p. 14/022. Das Triplum deß Quadrats von der erst extrahirten Wurtzel/ nemlichen 12/ suche oben in den erst außgefertigten Stäblein/ und lege rechts das

Cubic-Ståblein daran / lincks aber das Exponier-Ståblein / wie auß beygefügter Figur erhellet. Dann sehe man / das wievielste Feldlein dem Membro p gleich / oder nåchst kleiner dann selbes seye / so wird das Exponier-Ståblein das neunte weisen / dieses schreibe auß / und sey solches b / über die erste Figur der Ordnung b 9 / setze dessen Denominatorem 9 / und füge selbem lincks dessen Quadrat 81 bey.

An das Cubic-Ståblein lege rechter Hand das Ståblein / das oben das Triplum der vorigen Wurtzel 2 / nemlichen 6 habe / darauß nehme die in dem Quadrat durch die zweyte Figur der Zahl k 1 bemerckte Zahl / welche will / daß man das erste Feldlein nehme / worinnen 6 stehet. Schreibe demnach 6 unter 1 und 2. Auß eben diesem Ståblein schreibe auch die Zahl / deß durch die dritte Figur der Zahl k 8 bemerckten Feldleins / nemlich 48 / diese setze unter 8 und 5.

Diese drey Zahlen b, c, d, addire in eine Summen e / und subtrahire sie vom Membro p, weilen aber solches nicht geschehen kan / so excerpire vor b das achte Feldlein / ist hier f / und schreibe über dieser Zahl f erste Figur 2 / 8 / füg auch selber / gleich wie vor / derer Quadrat bey / und suche durch diese Zahl statt der vorigen c, d, andere / nemlichen g, h, alles auf bemelte Weise; dann bring f, g, h in eine Summen, die nun kleiner ist / dann das Membrum p, subtrahire sie demnach davon / und setze den Rest q unter die

Linie. Bey denen noch übrigen Membris wiederholet man diese Operation von neuem / biß man mit allen durch ist. Und so viel habe von der Stäbleins-Rechnung melden wollen / die neben der Leichtigkeit auch eine angenehme Lust in sich hat / besonders in grossen Multiplicationen und Divisionen.

Der Rechen-Kunst Vierdter Theil / Von Der Decimal oder Geometrischen Rechnung.

Das I. Capitel. Von denen Decimal-Zahlen und Maasen.

HIer soll man wissen / daß die neuere Geometræ eine Ruthe / (sie mag so lang seyn / als sie will /) derer sie sich in Außmessung der Felder bedienen / in zehen gleiche Theile theilen / und solche Prima nennen;

diese Prima theilen sie weiters in 10. andere gleiche Theile/ und nennen sie Secunda, diese theilen sie weiters in noch andere 10. gleiche Theile/und nennen sie Tertia. Ein jedes Tertium theilen sie so dann fürters wieder in 10. gleiche Theilichen/und nennen sie Quarta &c.

Hierauß erhellet 1. daß die Ruthe ein gantzes/die Prima Schuh/die Secunda Zoll/(wo ein Schuh in 10. Zoll getheilet zu seyn supponirt wird/) die Tertia Gran/ in Ansehung der Zoll seyen.

2. Daß die Prima oder Schuh der 10de Theil einer Ruthen/ die Secunda der 100te Theil/ und die Tertia der tausende Theil seyen.

Kürtze halber aber bemercken die Geometræ diese ihre Zahlen auf eine besondere Art/

o I II III IV

nemlichen also: 10/ 8 6 4 5 oder also: 10/8943 (4 da das hinten eingeschlossene Bruch-Zeichen ersten Anblick bemercket/ welches gantze/ und welches Brüche seyn. Hier nemlichen sehe ich auß dem hintern Bruch-Zeichen (4/ daß ich 4. Zahlen vor Brüche abschneiden/ und die dabey stehende Zahlen folgender massen außsprechen müsse: 10 Ruthen / 8 Schuh/ 6. Zoll/4. Gran/ und 5. erste Scrupel.

Weilen aber diese Decimal-Zahlen nicht nur die einfachen / sondern auch die Flächen- und Cörper-Maasen bedeuten / und eine jede Grösse nach dreyerley Maas/ nemlichen in die Länge/Breite und Dicke kan außgemessen werden/

den / als sollen die 3. nachfolgende Sätz erklären/wie man diese 3. Maase nach Decimal-Art eintheilen/bezeichnen und nennen soll.

1. Werden alle Längen/ Weiten/ Höhen und Tieffen nur einer geraden Linie / oder dem Längen-Maas nach gemessen/ und nach schlechten Schritten/ Ehlen/ Ruthen oder Schuhen außgesprochen; und hat solches auch zwischen Ruthen und Schuhen kein Zwischen-Maas.

Wir wollen aber alles / was fürters hiervon möchte können gesaget werden/ in nachfolgende Tafel bringen / allwo man es kürtzlich beysammen hat.

Tafel der Längen-Maas.

AB ist der halbe Theil einer Ruthen/ AC ist der zehende Theil davon / oder ein Schuh/ AD ist der zehende Theil eines Schuhs / oder ein Zoll; wann man nun AD wieder in 10. Theil theilte/ so wäre ein solches Zehen-Theiligen ein Gran/ u.s.f.

2. Alle Flächen werden nach doppeltem Maas/ nemlichen in die Länge und Breite außgemessen/ und ihr Inhalt nach Quadrat- oder Flächen-Maas außgesprochen/ wie auß nachgesetzter Tafel mit mehrerm erhellet. Und hat das Flächen-Maas zwischen Ruthen und Schuh etc. nur ein Zwischen-Maas/ als den Riemen.

3. Alle Cörperliche Grössen werden nach dreyfachem Maas/nemlich in die Länge/Breite und Dicke außgemessen/und nach Cubischem Maas außgesprochen / wie auß nachfolgender Tafel mit mehrerm erhellet.

Es hat aber dieses Cörper-Maas dreyerley Formen / 1. die Cubos oder Würffel-Cörper / da die Länge / Breite und Dicke gleicher Grösse ist. 2. Blatten oder Schachte πλίνθα, Scutulas, da Breite und Länge einander gleich/ aber nur den zehenden Theil so dick ist. 3. Balken / Transtillos, da die Breite und Dicke einander gleich / die Länge aber zehen mal grösser ist; und hat ein Cörperliches Maas zwischen gleich-benannten Specien/ 2. Zwischen-Maaß/ wir wollen aber alles in nachfolgender Tafel vorstellig machen.

Das

Das 2. Capitel.

Von denen so genannten fünff Specien der Decimal-Rechnung.

Was erstlich das Zehlen betrifft / davon ist bereits im 1. Capitel dieses Theils Meldung geschehen / und muß man nur auf die Bruch-Zeichen und Maase / ob es nemlichen einfache / Flächen- oder Cörper-Maase seyen / sehen / da man dann durch Hülffe vorheriger Tafeln und Reguln eine jede Zahl gar leicht wird aussprechen und lesen können.

II. Im Addiren kommen erstlich jedesmal einerley Maase / entweder Längen- Quadrat- oder Cubic-Maase vor / indeme vor sich bekannt / daß man die Längen zu keinen Flächen / die Flächen aber zu keinen Cörpern addiren könne. 2. Setzet man gleiches unter gleiches / welches auch für sich selbsten erhellet. 3. Verfähret man / wie sonsten bey dem gemeinen Addiren / und setzet 4tens das gröste Bruch-Zeichen der zu addirenden Zahlen / hinten zur Summen.

Exempel in einfachen Maasen.

24/63 (2	100/5323 (4
20/24 (2	32/3018 (4
8/4 (1	6/0790 (4
53/27 (2	138/9131 (4

Exempel in Flächen-Maasen.

4/02 (2	4/371 (3
18/17 (2	120/0543 (4
9/ (0	350/71 (2
20/40 (2	13/0719 (4
36/73 (2	
88/32 (2 □ Maas.	488/2072 (4 □ Maas.

III. Im Subtrahiren ziehet man auch Längen-Maas von Längen-Maas / und Flächen-Maas von Flächen-Maas / nicht aber Längen- von Flächen- oder Cubic-Maasen etc.

2. Setzet man aller Orten einerley Zeichen unter einander / nemlichen / gantze unter gantze/ Erste unter Erste / Zweyte unter Zweyte etc.

3. Subtrahirt man wie sonsten. 4. Wann man Prima, Secunda, Tertia &c. von gantzen abziehen solle / so füget man dem gantzen so viel Nullen bey / als viel Brüch unten stehen / wie im dritten Exempel zu sehen/und setzet 5. hinten zum Rest das Bruch-Zeichen der obern Zahl.

Exem-

Exempel.

8/75(2	8/9342(4
3/52(2	3/0080(4
5/23(2	5/9262(4

7 3/1|0 0 0(4
1 4/0.7.8.9(4

5 9/0 2 1 1(4

2 1/0 4|0 0 0(5
. . 4.9.7.8(5

2 0/9 9 0 2 2(5

IV. Bey der Multiplication soll man wissen 1. wann man Längen unter einander multipliciret / daß so dann Flächen herauß kommen. 2. Wann man Flächen mit Längen multipliciret/alsdann Cörper entstehen. 3. Setzet man den Multiplicatorem unter den Multiplicandum, wie sonsten bey der gemeinen Multiplication zu geschehen pfleget / sonder eintzige Beobachtung der Bruch-Zeichen. 4. Multipliciret man wie sonsten. Und sihet 5. nach vollbrachter Operation nach denen Bruch-Zeichen/addiret sie zusammen/und setzet derer Summen hinten zum Product.

Exempel.

Breite BD	3/ 1 (1	3/ 5 (1
Länge BC	4/ 2 (1	3/ 8 (1
	6 2	2 8 0
	1 2 4	1 0 5
	1 3/0 2 (2 A	1 3/3 0 (2 B
	6/1 (1	3 (0
	5/4 (1	4/8 (1
	2 4 4	1 4/4 (1
	3 0 5	C.
	3 2/9 4 (2	

Hier

Hier kan man bey A, B, C klärlichen sehen/ daß die Exempel/ wie sie gerechnet worden / denen Rissen gemäß kommen / und ist zwar im ersten Exempel das Product 13. □ Ruthen und 2. □ Schuh / da dann auch in Schemate A, 12. Quadrat-Ruthen herauß kommen / die dreyzehende machen die 10. Riemen-Ruthen auß/ unten aber stehen auch noch die 2. □ Schuh. Dergleichen verstehet sich auch von den 2. übrigen.

V. Bey der **Theilung** wisse man / 1/ wann man Cörper mit der Dicke dividiret/ daß so dann der Quotient die Flächen anzeige/ dividirets man mit der Fläche/ so kommet deß Cörpers Dicke herauß. 2. Wann man die Flächen durch die Längen theilet/ so weiset der Quotient die Breite / theilet man sie aber durch die Breite/ so kommet die Länge herauß/ wiewolen dieses in Quadratis und Cubis nicht angehet. 3. Setzet man Zahlen unter Zahlen / wie bey der gemeinen Division, sonder eintzige Achthabung der Bruch-Zeichen / die beym Dividendo und Theiler stehen / und operiret wie sonsten. 4. Wann der Dividendus grössere Theile / dann der Divisor hat / oder auch unten mehr Zahlen stehen dann oben/ welches geschihet / wann der Dividendus gantze / und der Divisor Theile bedeutet / so füget man so viel Nullen dem Dividendo hinten bey / biß die Bruch-Zeichen einander oben und unten gleich werden / und verrichtet die Division gewöhnlicher Art nach. 5. Wo man siehet / daß nach der Division etwas

überbleibet / und daher ein Bruch entstehet / so henget man hinten an den Dividendum 2. oder 3. Nullen an / biß es entweder aufgehet / oder biß man zu so kleinen Theilichen kommet / die man nichts mehr zu achten hat / und vermehret zugleich das öbere Bruch-Zeichen um so viel Unitäten/ als viel man Nullen hinbey gefüget/ und dividiret wie sonsten. 6. Nach vollbrachter Division subtrahiret man das untere Bruch-Zeichen vom öbern / und setzet dessen Rest hinten an den Quotienten vor sein Bruch-Zeichen.

Exempel.

```
 7                        7
184(3 [23(2              184(3 [23(1
 88(1                     88(2
 ——                       ——
   2 Br.Zeich.  Br.Zeich. 1
```

```
 7                        7
1/84(2 [23(0             1/84(2 [23(2
 88(2                     88(0
  ——
  0
```

```
                11
              7 371
Cörper   13/186(3 [5/98(2 Fläche.
Dicke         7 777(1
                77  ——
                    2
```

Cör-

```
              1 1
            1 3 0
Cörper  1 3/1 5 0 ( 3 [2/2 ( 1 Dicke deß Cörpers.
          5 0 8 8 ( 2
              5 0  ―
                   1
```

```
  4
2 | 1 0 0      (2 [2/5 (1
  8 8        (1
             ―
             1

2 4
2/0 | 0 0 (3 [3/25 (2
  8 8 8 (1
        ―
        2
```

N. Hier soll man 2. Ruthen mit 8. Schuh dividiren / weilen aber der Theiler der Zahl nach grösser ist dann der Dividendus, ob gleich der Sache selbsten nach der Dividendus grösser ist / weilen er gantze / nemlich Ruthen / der Theiler aber nur Schuh bedeutet / so henget man hinten an Dividendum etliche Nullen / hier 2 / und dividiret wie sonsten / so viel man aber hinten Nullen / (hier zwey) angehenget / so viel Bruch-Zeichen setzet man auch hinten darzu / hier nemlich 2.

Das 3. Capitel.

Von denen Wurtzel-Außziehungen der Decimal-Zahlen.

WAs anfänglichen die Außziehung der Quadrat-Wurtzel anbelanget / so verfähret man damit / wie bey den gemeinen Zahlen/ nur daß man darbey auch auf die Bruch Zeichen zu sehen hat/ und sonsten auch den Vortheil bekommet/ die Wurtzel aufs allergenaueste/ biß auf die kleinste Theilichen/ die man so sehr nicht mehr zu achten hat/ außzufinden.

Auch haben wir oben bereits gewiesen/ wie die Flächen oder Quadrat und Cubic entstehen/ auch wie jedesmal von einem Maas-Nahmen biß zum andern in Längen nur 1. Ziffer/ in Flächen 2 / bey Cörpern aber 3. Ziffern oder Nullen gefunden werden. Nun bringet man aber in denen Wurtzeln lauter Längen-Maase herauß/ weßwegen gehören auf ein Längen-Maas der zu extrahirenden Wurtzel auß Flächen 2. Zahlen/ auß Cörpern aber 3/ und dieses jedesmal vom Anfang deß gantzen / dann solche seyn vor sich / und wir verstehen hier die Theilunge/ da keine über 9. steiget. Auß solchem Grunde punctire ich die Quadrat-Zahlen/ nemlichen die gantzen 1. eben so/ als wann sie alleine stünden; die Theile vom Bruch-Zeichen (1 an/ so weit sie gehen/

gehen / von der lincken Hand gegen der rechten / je zwey und zwey / und was letztens noch daràn mangelt / daß es nicht völlig zwey seyn / an derer Stelle setze ich so viel Nullen. 2. Extrahire ich / wie sonsten. 3. Wo die Zahl surd, und nicht völlig quadrat ist / und ich wolte dennoch gerne die Wurtzel auf das allergenaueste / in denen kleinsten Bruch-Theilichen außfinden / so füge ich hinten noch so viel Paar Nullen bey / biß die Wurtzel zu letzt so kleine Theilichen bekommet / wie ichs verlanget; so viel ich aber der Nullen hinzu gethan / um so viel Unitäten vermehre die öbere Bruch-Zeichen. 4. Wann nun die Wurtzel gantz außgezogen / so setze vor das Bruch-Zeichen zu Ende derer die Zahl der Puncten / die vom gantzen an gegen die rechte Hand zu gesetzet worden / d. i. so offt zwey Ziffern von der lincken gegen die rechte Hand / von denen gantzen an / exclusivè zu finden. Oder aber / man dividire das Bruch-Zeichen durch 2 / so gibet der Quotient ebener massen vor ermeltes Bruch-Zeichen vor die Quadrat-Wurtzel.

Wir wollen besagtes durch ein Exempel erklären.

III IV
132/567|0 etc. [11/51(2

1

37
21

1150
225
5

1125

3170
2301

(869)

Da fängt man an zu punctiren bey der gantzen Zahl gegen der lincken Hand zu / machet bey 2 einen Punct / und dann bey der folgenden dritten/nemlichen unter 1/ wann dieses geschehen / so punctiret man die beystehende Brüche/gegen der rechten Hand zu/je zwey und zwey/ käme der erste Punct unter 6 / weilen aber allhier zu letzt eine Zahl zu wenig ist / als füget man noch eine Nullen bey / und punctiret sie / extrahiret so dann/ wie gebräuchlich / kommet vor die Quadrat-Wurtzel 1151. Das Bruch-Zeichen hierzu aber außzufinden/so nehmet man entweder die Zahl der unter denen

Brüchen

Brüchen stehenden Puncten / (seyn allhier 2) oder dividiret das obere Bruch-Zeichen 4 mit 2/ so kommen auch 2 vor selbes / setze man demnach dieses hinten an die außgezogene Wurtzel/wie in beygefügtem Exempel zu sehen.

Die Außziehung der Cubic-Wurtzel geschihet eben wie sonsten / und 1. so punctiret man die gantzen nicht anderst / als ob sie alleine stünden / die Theile vom Bruch-Zeichen (1 an aber / in so weit sie gehen/ von der lincken gegen der rechten Hand je drey und drey / und was letztens noch mangelt / daß hier nicht völlig 3. seyn/deren Stellen ersetzet man mit so viel Nullen. 2. Extrahiret man nach gewöhnlicher Art. 3. Ist die Zahl surd, und man wolte die Wurtzel nichts destoweniger accurat in denen allerkleinsten Theilichen haben / so henget man hinten noch etlich mal so offt 3. Nullen hin/ biß es genug scheinet / nur daß man wegen dieser beygesetzten Nullen die Bruch-Zeichen gebührend vermehre; dann eine Nulle gibet allezeit eine Unität / wormit das Bruch-Zeichen vermehret wird. 4. Wann nun alles fertig / so setze man vor das Bruch-Zeichen der Wurtzel/ die Zahl der Puncten vom gantzen exclusivè an/ oder dividire das Bruch-Zeichen mit 3 / so ist der Quotient das verlangte Bruch-Zeichen deß Quotienten. Und damit ists gethan.

Wir wollen aber auch dieses durch ein Exempel erklären.

~~1~~/36|0 000 000 etc. [110 7(3

~~1~~

~~30~~ ~~0~~
3 △
3 Divis.

3 è Div. & Q.
3 è □ Q. & △.
1 Cubus.

~~33.1~~

2 9000
33 △
3 63 Divis.

~~7000000~~
330 △
36300
7 Q. nov.

254100 è Div. & Q.
16170 é □ Q. & △.
343 Cubus.

~~7857043~~

3427957

110
3

330 △
110

3300
330

36300
7
7

49 □ — 49
330 △ 7

1470 343 Cub.
147

16170

Und

Und so viel habe von der überauß nützlichen Decimal-Rechnung allhier melden wollen/ welches/ wo man es anderst wol eingenommen/ im Feldmessen und andern erst seine Commodität weissen wird.

Der Rechen-Kunst Fünffter Theil/ Von der Progression und Proportion.

Das I. Capitel. Von der Ration.

Alle und jede Quantitäten von einerley Geschlecht/ sie mögen meßlich oder unmeßlich/ gleich oder ungleich seyn/ haben eine Wechselweise Verhaltnüß ihrer Grösse gegen einander/ und zwar auf eine gedoppelte Art/ da dann eines theils bloß die Differenz, oder der Excess einer über die andere bemercket wird/ (wann man z. E. betrachtet/ daß 10/ die Zahl

Zahl 7 um 3 übersteiget) und die Arithmetische Ratio oder Größ-Vergleichung heisset/ wie in nachgesetzten Zahlen mit mehrerm zu sehen.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.

Oder: 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. etc.

Andern theils aber/ wo man vielmehr die amplitudinem betrachtet/ da eines im andern ein oder etlich mal stecket/ (als wann man beobachtet/ daß 3 in 10/ drey mal neben $\frac{1}{3}$ enthalten ist/) so wird solches Ratio geometrica, oder insonderheit Ratio oder auch von andern Proportio, (wiewolen nicht recht) genannt/ wie auß nachgesetzten Zahlen erhellet.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128.

Oder: 2. 6. 18. 54. 162. 486. 1458. etc.

Und diese Ratio oder Proportio heisset insgemein Multiplex, eine vielfache Verhaltnüß/ wann der kleinere Terminus etlich mal gantz genau im grössern begriffen wird/ und dieses zwar in Ansehung deß grössern Termini; submultiplex unter vielfache Verhaltnüß aber/ in Betrachtung deß kleinern Termini, als wann man zum Exempel 6 gegen 3 hält/ so ists Ratio multiplex, und in specie dupla, gedoppelte Ration, hält man aber 3 gegen 6/ so ists Ratio submultiplex und in specie allhier subdupla, unter doppelte Verhaltnüß.

Wann der kleinere Terminus im grössern einmal/ oder öffters enthalten ist/ und nur 1. überbleibet/ als wie 3 in 4/ oder 4 in 9/ welches man durchs Dividiren gleich sehen kan/ so wird

die

die Ratio insgemein superparticularis und subsuperparticularis übertheilige/unterübertheilige Verhaltnüß genannt / und mit den Wörtern Sesqui und Subsesqui mit beygefügtem Ordnungs-Namen deß kleinern Termini außgesprochen / und heisset die Verhaltnüß oder Ratio 4 gegen 3 / sesqui tertia, und rückwarts subsesqui tertia, zu Teutsch ein und ein drittheil fache / unter ein- und ein drittheil fache/ wie es Herr Beer geteutschet: Die Ratio 9 gegen 4 ist dupla sesqui quarta , und umgekehrt subdupla subsesqui quarta &c.

Wann endlichen der kleinere Terminus im grössern ein oder mehrmal enthalten ist / und mehr dann 1. überbleibet/ so wird solche Ration superpartiens übertheilende Verhaltnüß genannt/ und mit dem Wort super, oder sub-super mit dem Beywort der übersteigenden Theile/ und dem Ordnungs-Nahmen deß kleinern Termini außgesprochen. Z. E. bey 7 gegen 4 heisset die Ratio supertriquarta, oder supertripartiens quartas, bey 12 gegen 5 aber heisset sie dupla superbi quinta &c.

Gleich wie nun fürters die Vergleichung mehrerer Rationum geometicarum eine Proportio oder Proportionalitas Geometrica genannt wird / also heisset die gleich mehrerer Arithmetischer Verhaltnüsse Proportionalitas Arithmetica , oder besser Progressio. Seyn diesemnach/ und werden genannt Progressionalia die jenige Zahlen/ die je zwey und zwey durch

einer-

einerley Differenz einander übersteigen / und dieses entweder sonder Unterbrechung/ als wie 2. 5. 8/11. 14. etc. da sie auffsteigen/oder wie 30. 28/26. 24. 22. 20. etc. da sie absteigen; oder unterbrochen/ wie 2 und 5/ 7 und 10/ 11 und 14 im Auffsteigen / oder 30 und 26 / 24 und 20/ 18 und 14 etc. im Absteigen.

Gleich wie aber dieses einerley Rationes genannt werden / so da einerley Rations-Nahmen haben / also seyn die Proportionalia, die da durch einerley Rations-Nahmen entweder sonder Unterbrechung auffsteigen / wie 2. 4. 8. 16. 32. 64. etc. oder absteigen / wie 81. 27. 9. 3. 1. (dorten durch den Rations-Nahmen 2 auf-und hier durch 3 absteigende) oder unterbrochen auffsteigen/wie 2. 4. 3. 6. 5. 10. etc. oder absteigen/wie 40. 10. 28. 7. 20. 5. 8. 2. etc.

Schließlichen muß man noch zwey Stück hier erinnern: 1. daß/wann ein gantzes also in zwey ungleiche Theile zertheilet wird / daß das gantze / der grössere und kleinere Theil in fortschreitender Proportion miteinander stehen / man von selbem sage / daß es extrema und media ratione zertheilet worden. 2. Daß in fortschreitender Ordnung dergleichen Proportionalium. Z. E. 2. 4. 8. 16. 32. 64. die Ration deß ersten Termini gegen dem dritten/2 gegen 8/genannt werde duplicata, gegen den vierdten/ 16/ aber triplicata nemlichen der jenigen Ration, die ebenbesagter erster Terminus gegen dem zweyten hat.

Das 2. Capitel.

Die vornehmste Theoremata, worauf sich die Progressions-Reguln meistens gründen / neben denen Reguln selbsten.

1. Theorema.

WAnn drey Zahlen in fortschreitender Progression stehen / so ist die Summ der äussern terminorum gedoppelt gegen dem mittlern termino. Z. E. 4. 3. 2. im Ab- und 2. 3. 4. im Aufsteigen / da dann beyderseits der äussern terminorum 2 und 4 Summ 6 außmachet / so gegen dem mittlern 3 gedoppelt ist / wie vor sich erhellet.

2. Theorema.

Wann vier dergleichen Zahlen in fortschreitender Progression stehen / so ist die Summ der äussern terminorum gleich der Summen der zwey mittlern. Z. E. 2. 3. 4. 5. im Auf- und 5. 4. 3. 2. im Absteigen / da dann die Summ der zwey äussern terminorum 5 und 2 / nemlichen 7 / der Summen der 2. mittlern 4 und 3 / nemlichen auch 7 / gleich kommet.

3. Theo-

3. Theorema.

Wann viel dergleichen Progressionalia gegeben seyn / so gleichet die Summ der äussern terminorum, jederzeit der Summen zweyer anderer von denen äussern gleich weit abstehender / oder dem gedoppelten mittlern termino, wo sie der Zahl nach ungleich seyn. Z. E. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. oder 2. 4. 6. 8. 10. da dann im ersten Exempel die 2. äussern termini 1 und 7/ 8 außmachen / die nächsten dabey 2 und 6 geben auch so viel/ und wieder die nächsten 3 und 5 bringen eben das/ der mittlere Terminus 4 aber gibet gedoppelt/ eben diese Summ.

Und dieses verstehet sich auch bey dem andern Exempel/ welches wir Kürtze halber übergehen.

Dieses gehet auch an/ die Progression mag sich gleich so weit hinauß erstrecken / als sie will. Dann wann man betrachtet / daß der letztere Terminus in sich den ersten/und über dieses noch die so offt darzu gethane Differenz, der wievielste selber ist / nur ein einziges mal weniger/ in sich begreiffe/die erste aber gantz keine beygefügte Differenz habe. Ob nun gleich schon der letztere Terminus ohne einen eine Differenz weniger dann der letzte hat/ so hat doch im Gegentheil der andere Terminus eine mehr / dann der erste/

erste/ist demnach derer Summ jener ihrer nothwendig gleich.

Wer diese Theoremata wol eingenommen/ welche dann gantz leicht zu verstehen seyn/ der wird den Grund nachfolgender Regul unschwehr verstehen können / als welche nichts dann Folgerungen obiger Theorematum seyn.

1. Man kan die Summen dergleichen » Progressional-Terminorum, (mögen so viel » seyn/ als sie wollen/) gantz leicht außfinden/ » wann mann die Summ der äussern Termi- » norum mit dem halben Theil eben der Ter- » minorum (oder welches eines ist/) die halbe » Summen mit der völligen Zahl der Termi- » norum multipliciret. »

Z. E. Es fragt sich / wie viel Schläge die Uhr thue von 1. biß auf 12.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. Glocken-Streich.

Die Summ deß ersten und letzten Termini	13
Die halbe Anzahl der Terminorum	6
Die verlangte Summ	78

Item es fragt sich / wie viel die Uhr nach Babylonischen Stunden/ von 1. biß 24. schlage.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. Glocken-Streich.

Die Summ deß ersten und letzten Termini	25
Die halbe Anzahl der Terminorum	12
	50
	25
Die verlangte Summ	300 Schläg.

Wann man nun die Summ vieler 100. dergleichen terminorum außfinden will/ so darffen nur der erste und letzte Terminus, als die 2. äussere/ neben derer Anzahl bekannt seyn/ so daß es in dergleichen Aufgaben / so sich auf solche Progression gründen/ ein compendieuses Ding ist/ wann man nur auß dem ersten Termino und der Progressions-Differenz ohne die mittlere/ den letzten Terminum außfinden kan.

Solchen aber kan man gantz leicht haben/ wo man die gegebene Differenz durch die um eine Unität verringerte Anzahl der terminorum multipliciret / und zum Product den ersten Terminum addiret. Z. E. die gegebene Differenz sey 4/ und der terminorum Anzahl 100.

Die

Die Anzahl der terminorum um eine Unität vermindert	99
Solche multiplicire man durch die Diff.	4
So ist das Product	396
Diesem füge man bey den ersten terminum	4
So ist der letztere Terminus	400

Hierauß aber erhellet / daß die Progressions-Summ / so von einer Nullen anfänget / subdupla oder untergedoppelt seye gegen der Summen so vieler terminorum, die dem grösten gleich seyn.

Zum Exempel	0. 2. 4. 6. 8. 10.
Halbe Anzahl der terminor.	3
	30
Der letzte Terminus, als gröste	10
	6
	60 gedoppelt.

Wer dieses nicht verstehen kan / der gedencke / wann der erste Terminus eine Nulle ist / daß der letzte (er mag auch seyn / was für einer er will /) zugleich mit selbem die Summen der äussern terminorum außmache. Wann man demnach diesen letzten durch die halbe Anzahl der terminorum multipliciret / so gibet er die Summen der Progression. Und wann man eben er-

melten letzten terminum durch die gantze Anzahl der terminorum multipliciret/ so bringet er die Summen so vieler terminorum, die dem grösten gleich kommen. Daß aber diese gedoppelt gegen der vorhergehenden seye/erhellet vor sich/ weilen ein gedoppelter Multiplicator in eben den multiplicandum geführet/nothwendig ein gedoppeltes Product bringen muß.

Und so viel habe von denen Progressionen melden wollen.

Das 3. Capitel.

Die vornehmste Theoremata, so den Grund der Proportion, und derer Reguln vorstellen.

1. Theorema.

Wann 3. fortschreitende Proportional-Zahlen gegeben seyn/ so ist der äussern Product dem Quadrat der mittlern gleich. Z. E.

	2/	4/	8/	
		4	2	
Quadrat deß mittlern		16 =	16	Product der äussern terminorum.

Und wann zwey solche gedritte Proportionalia über einander stehen / und man sie so dann durchs Creutz miteinander multipliciret / so seyn die Product der äussern / dem Product der mittlern eben auch gleich / wie auß nachgesetztem Exempel erhellet:

2. 4. 8.

X

3. 6. 12.

24. 24. 24.

2. Theorema.

Wann aber 4. fortschreitende oder unterbrochene Proportional-Zahlen gegeben seyn / so ist das Product der äussern terminorum, dem Product der mittlern gantz gleich.

Z. E. in fortschreitender Proportion:

2/ 4/ 8/ 16 } äussere termini.
Mittlere term. 8 2 }

32 = 32

In unterbrochener:

2. 4. 10. 20 } äussere termini.
Mittlere termini 10 2 }

40 = 40

Auf dieses Theorema gründet sich die Regul Detri, von der wir gleich nach deme handlen werden / welche den Nahmen daher bekommen/ weilen sie auß 3. gegebenen Zahlen / z. E. auß 2. 5. 8.) die vierdte noch unbekannte Zahl außfindet. Dann ob gleich diese annoch unbekannt / so weißt man doch derer factum mit der ersten Zahl/ 2/ weilen es dem Product der mittlern 5 und 8 gleichet. Diesem nach muß man/ laut der Regul / die dritte Zahl mit der andern multipliciren / damit man auf diese Weise das factum der äussern Zahlen bekomme / welches/ wo man es mit der einen äussern Zahl / nemlichen der gegebenen ersten theilet / die vierdte noch unbekannte nothwendig bringen muß.

3. Theorema.

Es mögen so viel hundert Zahlen/ als seyn kan / in fortschreitender Proportion **stehen / so ist dennoch das** Product **der äussern** terminorum, **dem** Product, **zweyer anderer mittlerer / und von denen äussern gleich weit abstehender / wie nicht weniger dem** Quadrat **deß mittlern / wo sie ungerade seyn/ gleich. Z. E.**

2.	4.	8.	16.	32.	64	etc.
		8		4	2	
		128 =		128 =	128	seyn alle gleich.

Und

Und dieses verhält sich also / ob schon die Proportion sich biß auf viel 1000. hinauß verlängert. Dann wann man betrachtet daß der letzte Terminus den durch den Rations-Nahmen so offt multiplicirten ersten / der wievielste derselbige in der Ordnung ist / nur um einmal weniger in sich begreiffe / und daß der erste Terminus bloß / und mit dem Rations-Nahmen nicht multipliciret stehe. Wann demnach der letzteTerminus ohne einen / einen Rations-Nahmen weniger dann der letzte hat / so hat im Gegentheil der andere einen mehr dann der erste / muß demnach derer Product jener ihrem nothwendig gleich seyn: Hierauß aber entspringen die

Folgerunge.

1. Wann etliche Termini, z. E. 10. in fortschreitender Proportion gegeben wären / wie man einen jeden andern z. E. den Siebenzehenden / als äussern außfinden solle. Wann man nemlichen 2. gegebene Terminos, so von dem ersten und dem verlangten gleich weit abstehen / z. E. den 8ten und 10den nehmet / solche miteinander multipliciret / und selbes Product, als das factum der äussern durch den ersten dividiret.

2. Kan man alles dieses leichter verrichten / wan man nur etliche anfängliche Terminos außfindet / und die Ordnungs-Zahlen von der

Nullen an darunter setzet / wie beygesetztes Exempel außweiset/

1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.
0.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.

und eines jeden verlangten Termini z. E. deß 11ten Local-Zahl (die jedesmal um 1. weniger/ dann die Zahl deß Termini ist: allhier ist sie X.) auß zweyen andern Local-Zahlen der zwischen-Terminorum, z. E. auß IV. und VI, oder V. und V. zusammen setzet/ und solche zwischen-Terminos miteinander multipliciret/ und das Product durch den ersten Terminum theilet / so bekommet man den verlangten Terminum, und also kan man auch einen jeden andern in vorgegebener Ordnung außfinden. Z. E.

1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.
0.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.

1. Soll man den 15den Terminum außfinden/ dessen Local-Zahl XIV. seyn wird/

VII. 128
VII, 128

1024
256
128

16384 der XVde Terminus, dessen Local-Zahl XIV. ist.

2. Soll

2. Soll gesucht werden der XXIX. Terminus, dessen Local-Zahl XXIIX. ist.

XIV. 16384
XIV. 16384
____
65536
131072
49152
98304
16384
____
268435456 der 29ste Terminus, dessen Local-Zahl XXIIX.

Auf dergleichen Art nun / kan man auch viel tausend dergleichen Terminos außfinden.

3. Stecket hierinnen das Fundament der Logarithmorum. Dann wann man etliche Proportional-Zahlen / so von 1. an / immerfort in der Ordnung fortschreiten / setzet / und selbe mit ihren Ordnungs-Zahlen / als ihren Logarithmis, wie bereits gemeldet / bemercket / und man wolte je zwey z. E. 8. und 32. miteinander multipliciren /

1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.
0.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	IIX.

so addiret man nur derer Logarithmos III. und V, so gibt derer Summ IIX. den Logarithmum deß Products, 256. als deß Termini, so von de-

nen 2. gegebenen mit dem ersten gleich weit absteheт / d. i. welcher (weilen der erste eine 1 ist/) dem Product der zu multiplicirenden terminorum gleich ist: Und hinwiederum / wann man z. E. 128 durch 4 theilen wolte / so ziehet man dieses Logarithmum II. von deß Dividendi seinem Logarithmo VII. ab / so weiset der übrige Logarithmus V. den verlangten Quotienten 32 / so daß auf diese Weise die Multiplication der Proportional-Zahlen in eine Addition, die Division in eine Subtraction, die Außziehung der Quadrat-Wurtzel in eine bisection, und die Cubic-Extraction in eine trisection verkehret worden: Dann wann man den Logarithmum der Quadrat-Zahl 16 halb theilet / so gibet derselbe Theil II. die verlangte Wurtzel 4 / dividiret man aber den Log. der Cubic-Zahl 64 mit 3 / so gibet solcher dritter Theil die verlangte Cubic-Wurtzel. Diese Materie aber wollen wir besser unten bey dem Logarithmischen Rechnen außführen.

4. Theorema.

Wann der erste Terminus etlicher Proportional-Zahlen vom letztern subtrahirt wird/ und man den Rest durch den um eine Unität verminderten Rations-Nahmen dividiret/ so ist der Quotient der Summen aller / den letzten Terminum außgenommen/ gleich. Z. E.

2. 4. 8. 16
2 ✕

14 | 14 Summ aller/den letzten außgenommen.

3. 9. 27. 81. 243
3 ✕

~~3~~~~4~~0 (120 Summ aller terminorum, ohne den letztern.
~~3~~~~3~~2

Folgerung.

1. Wann man demnach eine Reihe von Geometrischen Proportional-Zahlen addiren soll / so darff nur der letzte und erste Terminus mit dem Rations-Nahmen bekannt seyn / und wann man nur etliche Terminos proportionis hat / so kan man nach dem einen jeden andern außfinden/dessen Ort auß zweyen Local-Zahlen der vorhergehenden terminorum zusammen gesetzt ist/wann man nemlichen solche 2. Terminos miteinander multipliciret / und das Product durch den ersten Terminum theilet / so/ daß es diesem nach gantz leicht fallen wird / eine grosse Reihe dergleichen Proportional-Zahlen in eine Summen zu bringen / ob man gleich nicht alle Terminos weißt.

Und

Und dieses seyn eben die Arithmetischen Reguln dergleichen Proportional-Zahlen / die desto besser zu erklären / wir ein angenehmes Exempel beyfügen wollen.

1. Exempel. Es verkauffet ein Potentat einem andern 32. Oerter/ mit dem Beding/ daß man ihm vor das erste 1. fl / vor das andere 4. fl / vor das dritte 8. fl/ und so immer fort etc. bezahle. Fragt sich nach dem Werth aller Oerter?

Anfänglichen suchet man den 32sten Terminum nach oben angewiesener Art/ also:

1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.
0.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.

Und suchet man erstlich den 15den Terminum, dessen Local-Zahl XIV. ist.

VII.	128
VII.	128
	1024
	256
	128
	16384 vor den XVden Terminum.

2. Suche man den XXIXten Terminum, dessen Local-Zahl XXIIX. ist.

XIV.	16384
XIV.	16384
	65536
	131072
	49152
	98304
	16384
	268435456 der 29ste Terminus.

3. Suche man den 32sten Terminum, dessen Local-Zahl XXXI. ist.

XXIIX.	268435456
III.	8
	2147483648 der 31ste Terminus.
	1 erster Term. Subtr.
	2147483647

Diesen dividire man mit dem um eine Unität verminderten Rations-Nahmen 1/ bleibet vor den Quotienten

	2147483647
Add.	2147483648 Der außgefund. letzte Term.
	4294967295 fl. die verlangte Summ.

Und hiermit wollen wir auch diesen Theil enden/ dann wer das wenige verstehet/ der wird in

in der Mathematic sich hin und wieder bester massen helffen/und ein und anderes dem Grunde nach verstehen können.

Proportio Harmonica.

NUn ist noch übrig mit wenigem von der Proportione Harmonica zu gedencken / ob sie gleich in der Geometrie keinen sondern Nutzen hat/auch zu unserm Zweck nicht dienet.

Ist demnach die Proportio oder Medietas Harmonica die jenige/wann man 3. Zahlen also setzet / daß zwischen der größten und kleinern Zahl eben so eine Ratio ist / welcherley zwischen der Differenz der 2. grössern/und der Differenz der 2. kleinern sich findet.

Derer seyn fünfferley Arten/sesqui altera, sesqui tertia, dupla, tripla, quatrupla. Die Medietas harmonica sesqui altera , sonsten auch διὰ πέντε genannt / ist die jenige / worinnen der grössere Terminus gegen den mittlern gehalten wird. Z. E. der 6. gegen dem 4.

Die Medietas Harmonica sesquitertia, διὰ τεσσάρων, ist die jenige da der mittlere Terminus gegen dem kleinern conferirt wird / d. i. die 4. gegen 3.

Die Medietas harmonica dupla, διὰ πασῶν, ist diejenige / da die Differenz deß kleinern und mittlern Termini, gegen die Differenz deß mittlern und letzten Termini, d. i. 1. gegen 2. gehalten wird.

Die

Die Medietas harmonica tripla, oder composita ex διὰ πασῶν & διὰ πέντε ist diejenige/ da der grössere Terminus gegen die Differenz deß grössern und mittlern gehalten wird/ wie 6. gegen 2.

Medietas harmonica quadrupla, δὶς διὰ πασῶν ist die / da der mittlere Terminus mit der Differenz deß mittlern und kleinern verglichen wird/ z. E. 4. mit 1.

Aufgaben.

1. Auß 2. gegebenen Zahlen die mittlere harmonisch-proportionale außzufinden. Man addire die 2. gegebene Zahlen/ und multiplicire derer Differenz durch den kleinern Terminum, theile das Product durch die Summ der äussern terminorum, addir auch den heraußkommenden Quotum zum kleinern Termino, so gibet diese Summ den mittlern harmonisch-proportionalen Terminum. Z. E. man suche zwischen 2. und 6. medium proportionalem harmonicum.

2 —— 6

Diff. der 2. Zahlen 4

Der kleinere Term. 2

8

Die 2. Zahlen { 2, 6 ad.

8 | 8 (1

8 2 add.

3 die mittl. harmonische Proportional-Zahl.

Auf gleiche Art findet sich auch medius harmonicè proportionalis zwischen 3. und 6/ und dieser ist 4.

2. Auß drey gegebenen Zahlen Arithmetischer Medietät die Medietatem harmonicam außzufinden. Man multiplicire die erste Zahl Arithmetischer Medietät mit der zweyten/ so bekommet man den ersten terminum medietatis harmonicæ.

Fürter multiplicire man den ersten terminum medietatis Arithmeticæ mit dem dritten/ so erhält man den zweyten terminum harmoninicum.

Endlichen multiplicire man den andern terminum medietatis Arithmeticæ in den dritten / so bekommet man den 3ten harmonischen Terminum. Z. E. die 3. gegebene Zahlen seyen 1. 2. 3.

1 erster } Terminus. 2 zweyter }	1 erster } Terminus. 3 dritter }
2 erster term. harm.	3 zweyter term. harm.

2 anderer } Terminus.
3 dritter }

6 dritter terminus harm.

Stehen also: 2. 3. 6.

3. Auß einer gegebenen Arithmetischen Progression eine harmonische machen von so vielen terminis, als in der Arithmetischen seyn.

Man

Man multiplicire die terminos progressionis Arithmeticæ alle untereinander/und dividire das Product durch die Terminos Arithmetischer Progression nach einander / so seyn die Quotienten die verlangte Termini der harmonischen Progression. Z. E. es seyen die Termini Arithmetischer Progression

1. 2. 3. 4. 5.

2
2
3
6
4
24
5
120

120 (120 Erster Terminus.
111

120 (60 Anderer Term.
22

120 (40 Dritter Term.
33

120 (30 Vierdter Term.
44

~~120~~ (24 Fünffter Term.
~~55~~

Stehen demnach also:

120. 60. 40. 30. 24.

4. Auß denen gegebenen Terminis harmonischer Progression, dem äussern kleinern / und mittlern/ den äussern grössern außzufinden.

Man subtrahire die Differenz deß äussern kleinern Termini und mittlern/von dem äussern kleinern Termino, und dividire durch den Rest das auß dem mittlern und kleinern Termino entstandene Product, so ist der Quotient der äussere grössere Terminus.

Z. E. Man soll zu 3. und 4. den dritten terminum majorem außfinden.

	3	4	6 der gesuchte terminus major.
	1	3	
Rest	2	1 Diff.	

4
3
―
~~12~~ (6
~~2~~

5. Auß dem gegebenen äussern/ grössern und mittlern termino harmonicæ medietatis den äussern kleinern terminum außzufinden.

Man

Man addire zu dem grössern Termino die Differenz deß grössern von dem mittlern / und dividire durch dieser Summ das Product auß dem grössern und mittlern Termino, so ist der Quotient der kleinere gesuchte Terminus.

Zum Exempel / man soll zu 4. und 6. den ersten kleinern Terminum außfinden.

3. 4. 6
2 Diff.
———
8

6
4
———
Diff. 2

6
4
———
24 (3
8

Und so viel habe für nöthig erachtet / auch hiervon zu gedencken.

Der Rechen-Kunst Sechster Theil/

Von denen Regulis Proportionum, und denen Fundamenten der so genannten Welschen Practic.

Das 1. Capitel.

Von der Regula de Tri directâ simplici, und inversa.

DEn Grund dieser Regul haben wir oben bey denen Proportionen erkläret / und findet man dardurch auß 3. gegebenen terminis den vierdten Proportionalem, so daß es heisset: Wie sich verhält der erste gegē dem andern/ also verhält sich auch der dritte gegen dem vierdten termino, oder / wie sich verhält der erste gegen dem dritten / also der andere gegen dem vierdten / nemlich nach dieser Weise: Der gegebene dritte termi-

terminus wird durch den zweyten multipliciret/und das Product durch den ersten dividirt/ so ist der Quotient die verlangte vierdte Proportional-Zahl.

Was die Ordnung dieser drey terminorum anbelangt / so setzet man selbige also / daß der / von dem gefraget wird / an der dritten Stelle stehe: unter denen übrigen aber stehet der / so mit dem dritten einerley Sach / oder Materie bedeutet/an der ersten Stelle/und der noch übrige / deme der vierdte verlangte gleich kommet der Materie nach / wird in die Mitten gestellet.

Wann nun die drey termini also stehen/ so verfähret man nach der Regul / wie bereits gemeldet worden.

Wir wollen die Sache aber durch ein und ander Exempel erklären:

1. 7 Ehlen kosten 22. fl/was kosten 32 Ehlen? Weilen nun allhier von denen 32 Ehlen gefraget wird/was sie kosten/so stehen sie an der dritten Stelle/und weilen die 7 Ehlen einerley Materie mit diesem bedeuten / nemlichen Ehlen / so stehen sie zu erst / kommet demnach der noch übrige terminus in die Mitten / und stehet das Exempel also:

Ehlen		fl.		Ehlen
7	—	22	—	32?

Nun multipliciret man fürters nach der Regul den andern und dritten Satz/ nemlichen 32 mit 22/kommt 704/ dieses Product dividiret

man mit dem ersten termino 7 / kommt $100\frac{4}{7}$/ welcher Quotient auch der vierdte Proportional-Terminus ist/ den man gesucht hat.

2. Grad — Meilen — Grad

2 — 30 — 360?

30

10800

10800 (5400 Grad.
2222

3. Pfund — fl. — Pfund

24 — 27 — 32

27

12
24
864 (36 fl.
244
2

224
64
864

3. Ehlen — fl. — Ehlen

48 — 128 — 168

128

3
276
538
21504 (448 fl.
4888
44

1344
336
168
21504

N. 1.

N. 1. Wann vornen / mitten oder hinten 1 gefunden wird / so darff man es noch multipliciren / noch dividiren.

1. Exempel: vornen:

Ehlen		fl.		Ehlen
1	—	12	—	17
				12
				34
				17
				204 fl.

2. Exempel: in der Mitten:

Pfund		fl.		Pfund
				5
8	—	1	—	136 (17 fl.
				88

3. Exempel: hinten:

Soldaten bekommen		fl.	was bekomt Soldat
28	—	532	1
		21	
		38	
		532 (19 fl.	
		288	
		2	

N. 2. Wann der erste und dritte Terminus ungleichen Namens seyn / so muß man sie erst unter einerley Nahmen bringen. Z. E.

Pfund Kr. Centner
1 —— 13 —— 1
100 100 Pfund.
1300

1(4
1 3 0(0 (21 fl. 40 Kr.
0 0 0

N. 3. Wann der mittlern / vordern oder hintern Stell vielerley Müntz/Maaß oder Gewicht beygefüget seyn / so muß man selbige vorhero in die kleinere Bedeutung resolviren / und also unter einen Nahmen bringen.

Ehlen Kr. Hell. Ehlen
1 — 15 — 5 — 68
7 110
110 680
68
7480

0(4 Hl. 4(4 Kr.
7 4 8 0 (1 0 0(8 (17 fl. 48 Kr. 4 Hel.
7 7 7 7. 0 0 0

N. 4. Wann die mittlere Zahl durch die vordere nicht kan getheilet werden/ so resolvire man

man selbige in eine kleinere Bedeutung / so lang / biß die Theilung durch die Vordere kan verrichtet werden. Z. E.

Centner		fl.		Pfund
1	—	25	—	1
100		60		
		1500 (15 Kr.		
		1100		

N. 5. Wann nach vollbrachter Division ins vordere etwas überbleibet / so soll selbiges immer in kleinere Bedeutung resolvirt / und durchauß ins vorder abgetheilet werden. Z. E.

Pfund		fl.		Pfund
49	—	63	—	97
				63
				291
				582
				6111

```
    2(3
1 4 7
2 2 3(5
6 1 1 1   (124 fl.
4 6 6 6     35
  4 4       60
          2100
```

(4
1 0
8 4 (2
7 1 0 0 (42 Kr.
4 0 0
4 4   42
          7
        ———
        294

8
7 0 4 (6 Hl.
4 0

Wann aber in dieser Regul bey einem und andern termino Brüche stehen / so kan man nachfolgendes observiren.

1. Wann vornen ein Bruch stehet / so richte man denselben ein mit der gantzen Zahl/ und gebe mit dem Nenner ins Mittel oder hinter. Z. E.

Pfund	fl.	Kr.	Pfund.
$36\frac{1}{3}$ —	12 —	43 —	1
109	60		
	763		
	3		
	2289		

1 0
7 7 8 0 (21 Kr.
1 0 9 9
1 1 0

N. Einen Bruch mit der gantzen Zahl einrichten ist / wann man z. E. hier die 36 mit dem Nenner multipliciret / und den Zehler darzu nehmet: Als 3 mal 6 ist 18 / und 1 der Zehler darzu / ist 19 / setze 9 / behalte 1. 3 mal 3 ist 9 / und 1 macht 10.

N. 2. Wann mitten in der Regul ein Bruch vorkommet / so soll man selbigen mit der gantzen Zahl einrichten / und den Nenner ins vorder führen. Z. E.

Ehlen	fl.	Ehlen
143 —	$53\frac{5}{8}$ —	12
8	429	
1144	12	
	858	
	429	
	5148	

(5(7
1 7 8(2
5 1 4 8 (4 fl.
1 1 4 4

572
35 Schill.

2860
1716

20020

```
     (5
      0
   1  8 (7
   8  5  0
1  0  0  8 (2
7  0  0  7  0   (17 Schl.
1  1  4  4  4
   1  1  4
                  572
                    6 Pfen.
                ―――――――
                 3432
                  11
                 3437 (3 Pfen.
                 1144
```

N. 3. Wann hinten in der Regul de Tri bey dem gantzen ein Bruch stehet/ so richte man denselben ein/ und gehe mit dem Nenner ins vordere. Z. E.

```
Ehlen      fl.      Kr.      Hl.      Ehlen
 83   —    11   —   51   —   3   —   237 3/4
  4        60                         ―――――――
―――――    ―――――                         951
 332       711
             7
       ―――――――――
          4980
           951
       ―――――――――
          4980
        24900
       44820
     ―――――――――――
     4735980                              711
```

```
 211
 830
 201711
141750           5(6 Hl.  2(5 Kr.
4735980 (14200 5  (2 0 3 7  (33 fl.
3322222  7777 7     0 0 0
 33333
  333
```

N. 4. Finden sich dann bey dem mittlern und hintern Satz Brüche/ so nehme man beyde Nenner durchs multipliciren zusammen / und gehe mit dem Product ins vorder / jedoch soll man die Brüche vorher auch einrichten. Z. E.

Ehlen	fl.	Ehlen
7 —	$11\frac{1}{5}$ —	$38\frac{1}{8}$
40	56	305
280		56
		1830
		1525
		17080

```
   52
 17080 (61 fl.
 2880
  2
```

N. 5. Wo aber vorne und mitten bey denen gantzen Brüche stehen / so richte man sie erstens

stens ein / und führe den Nenner deß vordern Bruchs in die Mitten / den mittlern Nenner aber ins vordere. Z. E.

Ehlen		fl.		Ehlen
$15\frac{3}{4}$	—	$37\frac{4}{5}$	—	73
63		189		
5		4		
315		756		
		73		
		2268		
		5292		
		55188		

```
    1 1
    7 0(6
    3 0 8
  2 4 0 3(3
  5 5 1 8 8    175 fl.
  3 1 5 5 5
    3 1 1        63
      3          60
                ----
                3780

        1
      6 3
    3 7 8 0  (12 Kr.
    3 1 5 5
      3 1
```

N. 6.

N. 6. Ebner massen wann vorne und hinten ein Bruch gefunden wird / so muß deß vordern Bruchs Nenner zur hintern / und deß hintern seiner zur vordern Stelle gebracht werden. Z. E.

Pfund — fl. — Pfund

$17\frac{5}{9}$ — 26 — $59\frac{1}{4}$

158   237
4   9
632   2133
26
12798
4266
55458

(4
4/ 0/ (7
5/ 8 8
7/ 0/ 0/ (4
5/ 5/ 4/ 5/ 8   87 fl.
6/ 3/ 2/ 2/
6/ 3/   474
60
28440

311
470
78440 (45 Kr.
6377
63

N. 7. Wo aber in der Mitten Pfen. Hell. oder dergleichen neben einem beygefügten Bruch vorhanden / so resolvire man selbige in ihren kleinern Werth / dann multiplicire man das Product mit dem Nenner / und addire den Zehler darzu / dann gehe man mit dem Nenner ins vordere. Z. E.

Pfund	Schl.	Pf.	Hl.	Pfund.
13	27	3	$1\frac{1}{2}$	98
2	6			
26	165			
	2			
	331			
	2			
	663			
	98			
	5304			
	5967			
	64974			

```
77
1475                                (3 Schl.
7783       1(1 Hl.   (1 Pf. 5(3
640774 (749 0  (1740  (80 8  (5 fl.
70000  777 7    000    3 5
777
```

N. 8. Wann aber vornen/mitten und hinten Brüche bey den gantzen Zahlen stehen / so richte man selbige aller Orten ein/und gehe mit dem vordern Bruch in die Mitten/oder hinten hin/und mit dem mittlern und hintern zugleich ins vordere. Jedoch ist mit sonderm Fleiß zu mercken/wann der vordere Bruch dem mittlern am Nenner gleich ist / daß keiner derselben hin und wieder geführet werden darff. Z. E.

Ehlen	fl.	Ehlen
$3\frac{2}{7}$	$8\frac{5}{8}$	$19\frac{3}{5}$
23	69	98
40		69
920		882
		588
		6762
		7
		47334

```
    1
    2(4(1
  4 7 3 3(4   51 fl.
    0 2 2 0
      0       414
               35 Schl.
            ————————
             2070
            1242
            ————————
            14490

   (6
    7
  8 2
1 4 4(9(0   (15 Schl.
  0 2 2 0
    0       690
              6 Pfen.
           ————————
           4140

 (4
  8(6
4 1 4(0   (4 Pfenning.
  0 2 0
          460
            2
         ————————
          920 (1 Heller.
          920
```

N. 9.

N. 9. Wo aber in dieser Regul Brüch ohne gantze Zahlen vorkämen/ so setze man statt der gantzen Zahlen eine Nullen / und verfahre so dann/ wie in denen vorherigen Exempeln. Z. E.

Pfund	Kr.	Pfund.
$0\frac{3}{4}$	12	19
3		12
		38
		19
		228
		4
		912

Kr.

9 1 2 (3 0 (4 (5 fl.
3 3 3 6 0

Und so viel von der Regula de Tri directa, nun wollen wir auch die Inversam vorstellen.

Darinnen nun suchet man auß drey gegebenen Zahlen auch die vierdte / jedoch in solcher Proportion, daß es heisset: Wie sich verhält die erste Zahl gegen die dritte / also verhält sich inversè die vierdte gegen der zweyten; da verfähret man auf diese Weise: Man multipliciret nemlichen die erste Zahl durch die andere / und theilet das Product durch die dritte / so gibet so dann der Quotient die verlangte vierdte Zahl.

N. Wann man sich der Regulæ de Tri directæ oder inversæ bedienen solle / wird vor sich selbsten erhellen/wann nemlichen der erste Satz grösser dann der dritte ist / und deßwegen auch der zweyte den vierdten an Grösse übertreffen soll / oder wann im Gegentheil der zweyte vom vierdten an Grösse übertroffen wird/wie der erste den dritten übersteiget / so muß man sich der Regulæ directæ bedienen : wann aber der erste Satz grösser ist als der dritte/und darbenebenst vor sich bekannt ist/daß der vierdte den zweyten Satz an Grösse übertreffen soll / oder wann im Gegentheil der erste kleiner ist dann der dritte/ der andere aber grösser seyn muß dann der vierdte/so soll man sich der umgekehrten Regul bedienen.

Wir wollen besagtes erklären durch nachgesetzte Exempel.

1. Exempel.

30. Schantzengräber verfertigen ein Werck in 4. Tagen / in wie viel Tagen werden solches 40. Wallknechte außmachen?

Da setzet man es also:

Schantzer	Tag	Schantzer
30	4	40?
4		
120	1̸2̸0 (3 Tag.	
	4̸0	

2. Exempel.

Es seyn an einem belagerten Ort 5000. Maaß Korn / die reichen nicht weiter als vor 2500. auf 4. Monat / man hat aber nicht eher / als innerhalb 7. Monat / sich eines Succurses zu getrösten / und kan indessen von der Mannschafft wol missen; als fragt sichs / wie viel man deren außschaffen müsse / daß der Rest 7. Monat lang Proviant habe?

Monat	Mann	Monat
4	2500	7
	4	
	10000	

```
    3 2 6 (4
  1 0 0 0 0 (1428 Mann.
    7 7 7 7
```

N. Man kan die Ordnung der 3. Zahlen also verkehren / daß die Zahl / bey der die Frage stehet / vornen ankomme / und übrigens wie bey der Regula de Tri directa verfahren. Z. E.

Schantzer	Tag	Schantzer
40?	4	30
		4
		120 (3 Tag.
		40

Item/ Monat	Mann	Monat
7	2500	4
	4	
	10000	

```
  3 2 6(4
1 0 0 0 0  (1428 Mann.
  7 7 7 7
```

Das 2. Capitel.

Von denen noch übrigen Reguln.

Regula Composita oder Dupli, de Quinque ist nichts anders/ dann die wiederholte Regul de Tri, hat demnach auch nichts besonders/ wo man nur dieses einzige mercket: weilen meistentheils etliche der gegebenen 5. terminorum die Sache selbsten/etliche aber die Umstände der Zeit/ deß Orts/ etc. bemercken/ so nehmet man in der ersten Operation die Sachen/ in der andern aber die beygefügten Umstände. Z. E. Wann 3. Kostgänger innerhalb 6. Wochen 9. fl. vor Kost bezahlen/ was müssen nach eben dieser Proportion 8. Kostgänger in 10. Wochen geben? Oder/ wann 100. fl. in 2. Jahren 10. fl. bringen/ was bringen 1000. in 5. Jahren? so operiret man wie folget:

I. Exem-

1. Exempel.

Erster Satz:	Kostg.	fl.	Kostg.
	3	9	8
		8	
		72	
		~~72~~ (24	
		~~33~~	

Anderer Satz:	Wochen	fl.	Wochen.
	6	24	10
		100	
		~~240~~ (40	
		~~66~~	

2. Exempel.

1. Satz:	fl.	Wucher	fl.
	100	10 fl.	1000
			10
			100|00 (100 fl.
			1 |00

2. Satz:	Jahr	fl	Jahr
	2	100	5
			100
			500
			~~500~~ (250 fl.
			~~222~~

 Jedoch

Jedoch kan man dieses alles auf einmal absolviren/ wann man die Sachen erst durch ihre Umstände multipliciret.

1. Exempel.

Kostg.	Wochen	fl.	Kostg.	Wochen.
3	6	9	8	10
	3		10	
	18		80	
			9	
			720	

1
720 (40 Gulden.
188
1

2. Exempel.

fl.	Jahr	fl.	fl.	Jahren
100	2	10	1000	5
	100		5	
	200		5000	
			10	
			50000	

1
500|00 (250 fl.
222|00

Man mercke aber / wann nach der ersten Art eine von beyden Operationen die Regulam inversam erfordert / (welches man gar leicht sehen kan/) so muß in der letztern Art die Mul-

tiplication der Sachen durch die Umstände umgekehrt geschehen. D. i. Man muß die erste Sach/durch die Umstände der dritten/ und diese durch der ersten ihre multipliciren. Z. E.

Batzen Meilen Centner
20 in 6 zahlen Fuhrlohn 5
Meilen fl. Batzen
Wieviel geben in 13 1 oder 15

Nach der ersten Art. 1. Satz:

Batzen Centner Gulden Batzen
20 5 1 oder 15
5
———
75

(1 5)
~~7~~(5 (3 Centn. 15 | 3
2 0 20 | 4

Anderer Satz:

Meilen Centner Meilen
6 $3\frac{3}{4}$ 13
——— 4
15 ———
6 52
———
90

(3 2)
~~4~~(8 38 | 19 nach der um-
~~9~~ ~~9~~ (1 —— | ——
~~8~~ ~~2~~ 52 | 26 gekehrt. Reg.

Nach der 2. Art:

Batzen	Meilen	Centner
20/	6	5
13		
60		
20		
260		

Meilen	Batzen
13	15
	6
	90
	5
	450

(1
~~2~~(9
~~4~~ ~~5~~(0 (1 $\frac{19}{26}$
~~2~~ ~~6~~ ~~0~~

Regula Consortii, oder Gemeinschaffts-Rechnung.

Diese Regul theilet den Gewinn oder Verlust in gewisse Personen / nach deme / was sie geleget/ der Proportion nach auß auf diese Weise: Man setzet die Summ der zusammen gelegten Gelder an die erste Stelle/den Gewiñ oder Verlust an die zweyte / und jede gelegte Gelder der Gesellschaffter an die dritte: Dann Gel-

wiederholet man die Regulam de Tri directam so offt / als viel Gesellschaffter oder beygelegte Gelder seyn. Z. E. Wann 3. Kauffleut zusammen gelegt/der erste 4000/der zweyte 2630/ und der dritte 900 (so zusammen 7530 fl. außmachet) Gülden/ und damit gewunnen haben 1000 Gülden / so fragt sichs / wieviel einem jeden davon gebühre/ so verfähret man / wie auß beygesetzten Exempeln vor sich selbsten erhellet.

Summ der zusammen gelegten Gelder	Gemeiner Gewinn	
7530	1000	4000 fl.
	4000	2630.
	4000000	900.

Von den ersten:

```
          (1
        1 2
          2 0 (5
      2 3 0 (6
    5 5 5 0 (7
4 0 0 0 0 0 | 0 (531 Gülden.
  7 5 3 3 3 | 0
    7 5 5         157
      7            60
              ------
                 9420
```

```
      (3
      4
    1 8(8
    7 0 0(4
    0 4 7 0   (12 Kreutzer.
    7 6 8 8
      7 6        384
                   4
               ------
                1536

      1  (0
    1 6(3 0   (2 Pfen.
      7 6 8
```

Vor den zweyten:

```
              2630
                1000
             ---------
              2630000

      0
      7(2
      9 0(0
    3 7 9 3
    6 8 1 8(3
  2 0 3 0 0 0|0   (349 Gülden.
    7 5 3 3 3|0
      7 5 6              203
        7                 60
                       ------
                        12180
```

(1

```
     (1
    4 4(3
    5 0 5(2
  1 2 1 8 0   (16 Kreutzer.
    7 5 3 3
      7 5
```

Vor den dritten:

```
   900
    1000
  ------
  900000
```

```
      (3
       4
       8
     7 1(9
   1 4 2 2
   2 5 7 7(3
   0 0 0 0 0|0   (119 Gülden.
   7 5 3 3 3|0
     7 5 5
       7
```

```
   393
    60
  -----
  23580
```

```
      (2(3
     1 0 4
     7 0 0(7
   7 3 5 8 0   (31 Kreutzer.
     11 5 3 3
       11 5       237
                    4
                 ----
                  948

   (1
    7(9(5
    0 4 8   (1 Pfenn.
    11 5 3
```

N. Wann dem beygelegten Geld verschiedene Zeiten beygefüget seyn / so multiplicire man vor allem das gelegte Geld durch seine Zeit/und verfahre so dann nach der Regul.

N. Wir könnten hier noch andere Reguln/ nemlichen Regulam Falsi, Allegationis, Virginum, Cossæ &c. beyfügen/doch wird statt selber die Algebra dienen / die wir in einem besondern Buch mit vielen Exempeln/durch Gottes Beystand erklären werden.

Das 3. Capitel.

Von dem Grund der Welschen Practic.

I.

DJe Reduction der zusammen gesetzten Zahlen in die erste / wann nemlichen auß denen 3. gegebenen Zahlen in der Regul de Tri, entweder die erste und andere / wann die dritte bleibet / oder die erste und dritte / wann die andere bleibet / in kleinere terminos reducirt werden können / (wann man nemlichen beyde durch einerley Zahle theilet) Z. E. Wann die erste Zahl 15 / und die zweyte 30. wären / so könnte man statt jener 1 / und statt dieser 2; oder wann die erste 30 / und die dritte 45 wäre / so möchte man statt jener 2 / und statt dieser 3 nehmen / daß dennoch der terminorum vorige Proportion blibe. Z. E.

Pfund		fl.		Pfund
12	—	24	—	36?
1		2		2
				72 fl.

Oder:

Oder:

Pfund		fl.		Pfund
12	——	24	——	36
1		3		3
		72 fl.		

Dann weilen 12 der erste Terminus sich gegē 24 dem andern verhålt/ wie 1 gegen 2/ (welches durch die Division erhellet/ wann man beyde durch 12 theilet/ da eines theils 1/ andern theils aber 2 vor den Quotienten herauß kömmet/) so setzet man statt 12/ nur 1/ und an statt 24/ 2/ verfåhret so dann übrigens/ wie sonsten/ und wie von selbsten auß dem außgesetzten Exempel erhellet.

In der andern Manier verhålt sich der erste Terminus 12/ gegen dem dritten 36/ wie 1 gegen 3/ welches ebnermassen auß der Division der zwey terminorum, wann man sie mit 12 theilet/ erhellet/ setzet man demnach vor 12/ 1/ und vor 36/ 3/ und verfåhret übrigens/ wie sonsten. Wir wollen aber mehrerer Außübung halber/ noch ein und ander Exempel beyfügen.

Pfund	fl.	Pfund
6	7	42
1	7	7
	49 fl.	

Item/

Item/ Ehlen	fl.	Ehlen
5	15	4
1	3	
	4	
	12 fl.	

Pfund	Thaler	Pfund
72	48	80?
9	6	
3	2	12 (1
		160 (53⅓ Theil.
		33

Oder: Pfund	Thaler	Pfund
72	48	80?
9	10	10
	3 (3	
	480 (53⅓ oder ⅚ Thl.	
	99	

2. **Das Zerstreuen / Zerfällen** einer grössern Zahl in viele kleinere / als Theile oder factores, d. i. die/ wo man sie entweder zusammen nehmet und addiret/oder unter sich multipliciret/ eben vorbemelte grössere Zahl außmachen. Die Zerstreuung der Zahlen in die Multiplicanten ist zweyerley: Dann entweder ist selbe gantz genau/ und exact, wann man nemlichen 24 in 6 und 4 / oder in 3 und 8 zerstreuet/

weilen 3 mal 8/ oder 4 mal 6 genau 24 außmachen/ so daß es demnach gleich gilt/ wann man eine Zahl/ die man mit 24 multipliciren oder dividiren soll/ erstlich mit 3/ und diß was herauß kommt/ durch 8/ oder erstlich durch 6/ und diß was herauß kommt mit 4 multipliciret oder dividiret. Oder sie ist nicht genau und exact in denen ersten Zahlen/ wann man z. E. 23 in 6 und 4 -- 1 (welches weniger 1 bedeutet) oder in 5 und 4 † 3 (bedeutet mehr 3) oder in 7 und 3 † 2 zerstreuet/ weilen 3 mal 7/21 außmachen/ und wo man 2 darzu thut/23 geben etc. Wann man demnach eine Zahl durch 23 multipliciren soll/ so ist es eins/ wann mans erstlich durch 7/ und dann das Product durch 3 multipliciret/ und endlichen dieses/ was auß Multiplicirung deß übrigen 2 mit dem Multiplicando herauß kömmt/ hinbey addiret. Oder wann man Anfangs durch 6/ und diß was herauß kömmt/ durch 4 multipliciret/ und auß diesem letztern Product den multiplicandum einmal subtrahiret. Z. E.

Exempel von der ersten Art der Zerstreuung.

Centner	fl.	Centner
1 --	36 --	41 ?
	6 --	6
		246
	6 --	6
		1476 fl.

Oder:

Oder:

Centner	fl.	Centner
1 --	36 --	41
	8 . . .	8
	288	
	5 . . .	5
	1440	
	add. 36 . . .	† 1
	1476 fl.	

Oder durch 36

7 . .	7
	252
6 . .	6
	1512
1 . .	36 Subtr.
	1476 fl.

2. Die Zerfällung der durchs addiren zusammen setzender Theile betrachtet insonderheit derer leichte Proportion. Z. E. Wann man 75/in 40/20/10 und 5. zerfället/da die vorhergehende Zahl zur nachfolgenden eine gedoppelte Verhaltnüß hat. Wann demnach eine Zahl durch 75 soll multipliciret werden/so multipliciret man selbe erstlich durch 5/ und dann

dieses Product durch 2 / das neue Product wieder durch 2 / und dieses zum dritten mal durch 2; oder man multipliciret Anfangs durch 40/ dividiret das neue Product durch 2/und so fort/ addiret so dann alle diese à parte Producta in eine Summen etc. Z. E.

Centner		fl.		Centner
1	—	36	—	41
		20 multiplicir		820
		10 dividir	2)	410
		5 div.	2)	205
		1 div.	5)	41
		Summa		1476 fl.

Oder:

Centner		fl.		Centner
1	—	36	—	41
		30 multipl.		1230
		6 div.	(5	246
				1476 fl.

Oder:

Centner		fl.		Centner
1	—	36	—	41
		1080 multipl.		30
		360 div.	(3	30
		36 div.	(10	1
		1476 fl.		

Item/

It. Loth	Pfenn.		Centn.	Pfund	Loth.
1	9		3	96	29 d. i.
	—			12701 Loth.	
	6 Pfen. ½	div. 2)		6350.	6 Pf.
	3 Pfen. ¼	div. 2)		3175	3 Pf.
				9525	9 Pf.
		Div. durch		3	0
				317 Thl. 15. Pf. 9. Pf.	

3. Der gemeiner Weise nach zerstreueten Arten (die man sonsten nach Bringung unter einerley denomination in eins zusammen nehmet) Abgesonderte Handlung; Z. E. Wann man 4 fl. 7 Kr. und 2. Pf. in zwey Theile theilen solte / (da man dem gemeinen Wege nach diese verschiedene Arten in die kleinste Sorte multiplicirte / und dann nach geschehener Division die kleine Sorten wieder durchs dividirn in die grossen brächte /) so dividiret man erstlich 4 fl. durch 3 / kommt 1⅓ fl / d. i. 20. Kr. Fürters theilet man die 7 Kr. durch 3 / kommen 2⅓ Kr. d. i. 1⅓ Pf. / endlichen dividiret man auch die 2 Pf. durch 3 / so findet man ⅔ / wann man nun dieses alles in eine Summen bringet / so bekomt man 1 fl. 22 Kr. und 2. Pf. etc.

4. **Die Verwandlung einer Art in die andere** / da / wo man mühsamer theilen müßte / man die Sach durchs multipliciren zu verrichten suchet / oder im Gegentheil die arbeitsame

Multiplication in eine leichtere Division durch Hülff der commoden Zerstreuung verkehret. Wann z. E. 3. Pfund vor 4 fl. 7. Kr. 2. Pfen. kommen/ und gefragt wird/ was 4 Pfund kosten/ da man dann gemeiner Art nach die mittlern Sorten mühsam durch 4 multipliciren/ und das Product durch 3 dividiren müßte; nun siehet man aber auß gegen einander Haltung deß ersten und dritten Termini, daß das Product nur um den dritten Theil grösser dann der mittlere Terminus seyn müsse/ als dividiret man selben durch 3/ und addiret solch außgefundenen Theil darzu/ so ist alles fertig. Z. E.

	Pfund	fl.	Kr.	Pfen.	Pfund
	3	4	7	2	4
Div. durch 3)		1	22	2 Add.	
		5 fl.	30 Kr.	0 Product.	

Item/ Pfund	fl.	Pfund
72	48	80
		72
Div. durch 9)	$5\frac{3}{9}$ oder $\frac{1}{3}$	8 der 9te Theil deß ersten.
	$53\ \frac{1}{3}$ fl.	Product.

Der

Der Rechen-Kunst Siebender Theil/ Die Logarithmische Rechnung.

Das I. Capitel. Von der Logarithmorum Ursprung/ Grund und Verstand.

ES ist oben bereit in dem Theil von der Progression und Proportion vom Grund der Logarithmorum mit wenigem gedacht worden/ welches man hier dann wiederholen kan. Damit wir aber dieser Kunst-Erfindung Ursach in einem kurtzen Begriff/ und auf eine gantz leichte Art vor Augen stellen/ so soll man wissen/ daß die Logarithmi nichts anders seyn/ dann numeri vicarii, so in Arithmetica proportione fortschreiten/ da diejenigen Zahlen/ derer vicarii sie

seyn/eine Geometrische Proportion halten. Also seyn in nachgesetztem Exempel die Römische Zahlen/so unten stehen/der öbern Zahlen Logarithmi.

1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.
0.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.

Weilen nun dieser Logarithmorum Nutzen in denen grössten Zahlen der Sinus und Tangenten Zahlen sehr groß/diese aber sonder Beymischung der absolut- Zahlen/ besonders der Geometrie nichts taugten/ als mußte man diese Kunst-Außfindung der Logarithmorum nach beyden richten.

Damit nun die Erfinder denen absolut-Zahlen von 1 biß 1000/ oder 10000 insgesamt ihre gebührende Logarithmos beyeignen möchten / so haben sie vor allem andern diejenige auß derer Reihe genommen / die in unaußgesetzter Proportione Geometrica fort schritten/ und die erwehlet / welche nach zehenfacher Proportion fortgewachsen. Z. E.

1. 10. 100. 1000. 10000. &c.

Hierunter nun solten sie die einfachen Ordnungs-Zahlen nach Arithmetischer Progression setzen / jedoch haben sie solches nicht gethan / sondern sie vermehrten die einfachen Zahlen 1. 2. 3. 4. etc. mit vielen Nullen/und bedienten sich allhier derer / statt jener / damit sie nach dieser Art auch zu denen Zahlen zwischen 1 und 10/zwischen 10 und 100 etc. die gebührende Logarith-

garithmus außfinden möchten. Kamen demnach/ laut dieses Satzes / unter obige Geometrisch proportionale Zahlen nachfolgende Logarithmi, nemlichen/

Num.	1	10
Logarith.	0.000000	1.0000000

100	1000	10000
20000000	30000000	40000000 etc.

und bemerckten zugleich die anfänglichen characteristicas mit gewissen Kennzeichen/ worauß man sehen konte / daß die Logarithmi der Zahlen zwischen 1 und 10 von einer Nullen / die übrigen zwischen 10 und 100 von 1/ und die folgenden zwischen 100 und 1000 von 2 anfiengen.

Wie sie nun die Logarithmos der anfänglichen Proportional-Zahlen außgefunden / so mußten sie auch der noch übrigen zwischen-Zahlen ihre suchen: worzu dann viele Reguln / so auß selbsten der Logarithmorum Natur hergenommen worden / dienten / worvon man dann auch Brigii Arithmeticam Logarithmicam, und Henrici Gellibrandi Trigonometriam Brittanicam besehen kan.

A. Vlacq aber erkläret diese so schwere Sach in Tab. Sin. Tang. was leichters / dessen Meynung dann wir also erklären wollen: Wann man zum Exempel den Logarithmum der Zahl 9. haben will / so suchet man zwischen 1 und 10/ mit so viel Nullen vermehret/ als viel der Logarithmus der Zahl 10 / oder der übri-

gen Proportional-Zahlen Nullen hat (d.i. zwischen 10000000 und 100000000) den medium proportionalem geometricum, wann man nemlichen diese Zahlen unter einander multipliciret/ und auß dem Product 1000 000 000 000 000 die Quadrat-Wurtzel ziehet. Wann aber dieser medius proportionalis kleiner ist / dann das mit so vielen Nullen vermehrete 9/ so suchet man zwischen eben diesem und dem vorigen Denario den zweyten/ zwischen diesem und jenem den dritten/ und so immerfort den vierdten medium proportionalem &c. Ist er aber grösser / so suchet man zwischen selbem und dem nächst kleinern einen andern etc. biß endlichen nach vielen Operationen die Zahl 89999998 herauß kommt / so 90000000 am nächsten ist.

Wann man nun endlichen auch zwischen dem Logarithmo von 1 und deme von 10 (d.i. zwischen 0 und 10000000) den medium proportionalem Arithmeticum suchet / da man nemlichen derer Summen halb theilet ; und zwischen diesem und eben dem Logarithmo von 10 wieder einen andern / und auf diese Weise den dritten/ vierdten etc. außfindet / so bekommet man endlichen den jenigen auch / der mit dem obern letzt außgefunden/ d.i. mit 9 überein kommet/ oder sich darzu schicket.

Nachdeme man nun also mit grosser Arbeit aber noch weit grössern Nutzen etliche Logarithmos

rithmos gefunden / so könnten der Zahlen zwischen 1 und 10/ 10 und 100 etc. Logg. mit weit wenigerer Mühe durch Hülff nachgesetzter Reguln ebner massen gesuchet werden / nemlichen/

1. Die Summ der Logarithmorum deß multiplicanten und multiplicandi gibet den Logarithmum deß Producțs.

2. Wann man den Logarithmum deß Theilers vom Logarithmo deß Dividendi subtrahiret / so gibet der Rest den Log. deß Quotienten.

3. Wann man den Logarithmum einer Zahl dupliret / so gibet selber den Logarithmum deß Quadrats von selber Zahl / tripliret man ihn aber / so ist der Logarithmus deß Cubi &c.

4. Der halbe Theil eines Logarithmi von einer Zahl ist der Logarithmus der Quadrat-Wurtzel / der dritte Theil aber der Cubic-Wurtzel etc.

Wann man demnach den Logarithmum von 10 und 9 auf die bißher erklärte Art außgefunden / und eben auch so den Logarithmum von 5 suchet / so kan man durch Hülff dieser 2. Logarithmorum noch viel andere finden: Z. E.

1. Wann man 10 durch 5 dividiret / so bringen sie 2 / subtrahiret man aber den Logarith-

rithmum von 5/ von dem Logarithmo der Zahl 10/ so bekommt man den Logarithmum von 2/ nach der 2 Regul.

2. Wann man 10 mit 2 multipliciret/ so bringen sie 20/ durch 9 aber 90/ addiret man aber die Logarithmos von 10 und 2/ oder 10 und 9/ so bekommet man die Logarithmos der Zahlen 90 und 20 nach der 1. Regul.

3. Weilen 9 eine Quadrat-Zahl ist/ derer Wurtzel 3/ als ist der halbe Theil deß Logarithmi von 9/ der Logarithmus von 3/ nach der 4. Regul.

4. Wann man 90 durch 3 dividiret/ so bringen sie 30/ gleicher massen bekommet man auch dieser Zahlen Logarithmum, wann man den Logarithmum der Zahl 3 vom Logarithmo der Zahl 90 subtrahiret/ nach der 2 Regul.

5. Wann man 5 und 9 quadratè multipliciret/ so bringen sie 25/ und 81/ so geben auch die gedoppelte Logarithmi von 5 und 9 erstermelter Zahlen Logarithmos, nach der 3 Regul.

Gleicher weise 6. ist die Summ der Logarithmorum 2 und 3/ oder die Differenz der Logarithmorum von 5 und 30 der Logarithmus von 6/ und die Summ der Logarithmorum von 3 und 6/ oder 2 und 9 gibt den Logarithmum von 18; der gedoppelte Logarithmus von 6 gibt den Log. von 36 etc. Und auf diese Weise erfande man die Logarithmos der absolut-Zahlen/ und brachte sie in ihre Tafeln.

Das

Das 2. Capitel.

Vom Gebrauch der Logarithmorum.

NAchdeme wir den Grund und Anfang der Logarithmorum genugsam erkläret haben / als müssen wir derer höchst nützlichen Gebrauch mit wenigem vortragen. Man muß aber vorhero wissen / wie man so wol die Logarithmos von einer jeden vorgegebenen Zahl / wie auch eine jede absolut-Zahl eines jeden gegebenen Logarithmi suchen solle.

Ist demnach zu mercken / weilen in der Tafel der Logarithmorum bloß die Logarithmi von 1 biß 10000 begriffen werden / man einer Art vonnöthen / wordurch man auch die Logarithmos einer jeden vorkommenden Zahl so 10000000 nicht überschreitet / außfinden könne.

Doch wollen wir vorher noch was weniges melden / wie man die in der Tabelle begriffene Logarithmos und absolut-Zahlen suchen solle / so wird man so dann das folgende desto besser verstehen / und darnach practiciren können.

Vor allem aber recommendire ich zum Practischen Gebrauch deß Flacqs seine Tabulas, welche nicht gar groß / schön und gut am Truck und Papier / und auch noch correct genug seyn / so

so daß man sich schon darauf verlassen kan / und wo etwa ein Fehler darinnen / so stecket solcher meistens in denen anfänglichen Zahlen/und läst sich leicht corrigiren. Jedoch will ich anderer berühmter Authoren ihre mit nichten verachtet haben; besonders aber verdienen den Vorzug vor andern deß berühmten Strauchii seine / die der jüngere Herr Sturm / Profess. Francofurtensis nett herauß gegeben/ denen man auch wol trauen darff/der andern zu geschweigen. Diesem seye aber wie ihm wolle / so stehet in allen bey jeder absolut-Zahl von 1 biß 10000 (weniger oder mehr/ihr correspondirender Logarithmus; also wenn ich eine absolut-Zahl habe/ so suche ich sie nur unter den absolut-Zahlen / und finde den Logarithmum gleich dabey. Z. E. Ich wolte den Logarithmum zu 316 haben / so suche ich sie nur unter den absolut-Zahlen in der ersten Columnn, da oben meistens N. darauf stehet / und finde in der beystehenden Columnn (worüber Logarithm. stehet/) 2.4996871/ welches dann der Logarithmus der Zahl 316 ist etc. Gleicher massen/wann mir im Rechnen der Logarithmus 3.0362295 herauß gekommen/ so suche ich ihn unter den Logarithmis in ihrer Columnen / und finde gleich darneben unter den absolut-Zahlen 1087 / welches deß Logarithmi seine Zahl ist.

Wann man nun dieses wol gefasset/so wird nicht schwer fallen/

Einer

Einer jeden Zahl / so 10000000 nicht übersteiget / ihren Logarithmum zu finden.

1. Suche man in der letzten Tafel deß Vlacqen die absolut-Zahlen / den Logarithmum der 4 ersten Figuren von der gegebenen Zahl. »

2. Subtrahire man den gefundenen Logarithmum von dem in der Tafel nächst folgenden Logarithmo, damit man derer Differenz bekomme. »

3. Multiplicire die gefundene Differenz mit den übrigen Figuren der gegebenen Zahl / und schneide rechter Hand vom Product so viel Figuren ab / als viel vor übergeblieben. »

4. Den Rest deß Products addire zum ersten außgefundenen Logarithmo, so ist die Summ der gesuchte Logarithmus, wo man die erste Figur daran ändert / die allezeit um 1 weniger / dann die Anzahl der Figuren / worauß die gantze Zahl bestehet / seyn muß. »

Z. E. Man soll den Logarithmum der Zahl 3567894 suchen / so sehe man erstlich nach dem Logarithmo der vier vordern Zahlen / 3567 / welcher seyn wird 3.5523031 / wann man nun diesen von dem nächstfolgendẽ Log. 3.5524248 subtrahiret / so ist die Differenz derer 1217 / die / wo man sie mit 894 (denen 3 übrigen Figuren der gegebenen Zahl multipliciret / vor das Product

duct bringen 1087998 / wann man hiervon 3 Figuren hinten abschneidet / so bleiben 1087 / die / zum erst außgefundenen Logarithmo addirt / die Summen bringet 3.5524118 / welches der verlangte Logarithmus seyn wird / und endlichen verändert man die erste Figur davon 3 / (die man die characteristicam nennet /) in 6. Wir wollen aber das Exempel außsetzen:

Die gegebene Zahl / derer Logarithmus verlangt wird	3567|894	
Logarithmus der Zahl 3567:	3.552 3031	subtr.
Der nächst grössere Log.	3552 4248	
Die Differenz:	1217	
	894	die 3. übrige Fig. der gegebenen Zahl
	4868	
	10953	
	9736	
	1087|998	
	3. 5523031	erst gefundener Logarith.
	1087	add.
	6. 5524118	Logarithmus der gegebenen Zahl.

N. Wann gegeben würde die Zahl $3\frac{567894}{1000000}$ oder $35\frac{67894}{100000}$ oder $356\frac{7894}{10000}$ 2c.

so

so seyn die Logarithmi hierzu einander gantz gleich/eben als wañ es eine gantze Zahl gewesen/ nur daß man daran die erste Figur oder Characteristicam verändert / nemlich 0.5 5 2 4 1 1 8, ist der Logarithmus der ersten Zahl/ 1.5524118 zur andern 2.5524118 zur dritten/ darum ist auch die Weise solche zu suchen gantz einerley.

Und wann eine gantze Zahl mit einem decimal-Bruch / so nicht mehr dann 4. Figuren hat / gegeben ist / so kan man derer Logarithmum in eben dieser Tafel genau finden. So findet man die Logarithmos der Zahl $3\frac{567}{1000}$, oder $35\frac{67}{100}$ oder $356\frac{7}{10}$ wañ man nach der gantzen Zahl 3567 den Logarithmum suchet / und daran nur die Characteristicam verändert/ wie bereits gemeldet worden.

Die Zahl eines gegebenen Logarithmi zu finden.

Man suche in der letzten Tafel zwischen denen Logarithmis der Zahlen 1000 und 10000 (sonder Betrachtung der Characteristicæ oder ersten Figur) den verlangten Logarithmum, und mercke diese 2. Stück.

1. Wann man den gegebenen Logarithmum darinnen genau findet / so stehet am Rand die verlangte Zahl. Und wann die Characteristica deß gegebenen Logarithmi kleiner ist dann 3/ so schneide man von der gefundenen Zahl rechter Hand so viel Figuren ab / um wie viel selbe weniger ist / so ist das

übrige die verlangte gantze Zahl/ die abgeschnittene Figurn aber seyn derer Decimal Brüche. Ist aber die Characteristica grösser dann 3/ so verlängere die gefundene Zahl/ um so viel Nullen um wie viel selbe grösser ist.

Also ist deß gegebenen Logarithmi 3.5523031 absolut-Zahl 3567/ ist aber die Characteristica vornen eine 2. nemlichen 2.5523031 so ist die absolut-Zahl $356\frac{7}{10}$ ist die Characteristica 1/ nemlich 1.5523031/ so ist seine Zahl $35\frac{67}{100}$/ ist die Characteristica eine 0/ nemlich 0.5523031/ so ist seine Zahl $3\frac{567}{1000}$/ ist die Characteristica aber 5/ nemlich 5.5523031/ so ist dessen Zahl 35670/ und s. f.

2. Wann der Logarithmus in denen Tafeln so accurat nicht gefunden wird/ und mehr als 4. Figuren verlangt werden/ so verfähret man auf nachfolgende Arth.

1. Suche man wie zuvor (unerachtet der Characteristicæ) den Logarithmum, der nach denen 4. ersten Figuren mit dem gegebenen Logarithmo übereinkommt.

2. Subtrahire man den gefundenen Logarithmum von dem gegebenen Logarithmo, und vermehre den Rest mit so vielen Nullen/ als viel man über die 4. Figuren noch verlanget.

3. Dividire den so vermehrten Rest durch die Differenz deß gefundenen und nächstfolgenden Logarithmi, und setze den Quotienten nach denen 4. gefundenen Figuren. Dann

sehe

sehe man auf die Charactericam deß gegebenen Logarithmi, welche weisen wird die gantze Zahl und Bruch der verlangten Zahl / wie vor schon gewiesen worden.

Z. E. Man soll die Zahl suchen / die mit dem Logarithmo 4. 5524118 correspondiret / der nächst kleinere Logarithmus, den man in der Tafel findet / ist (unerachtet der Characteristicæ) 3. 5523031 dessen absolut-Zahl 3567 / welches die 4. erste Figuren der verlangten Zahl seyn / subtrahiret man nun diesen gefundenen Logarithmum auß dem gegebenen / so restiren 1087 / welchen Rest man mit 3 Nullen vermehren muß / so ist solche 1087000. diese dividire man durch 1217 (die Differenz deß gefundenen und nächst folgenden Logarithmi) so ist der Quotient 894 / diesen setze hinten an die erstgefundene Zahl 3567 / so hat man die Zahl 3567894 / weilen aber die Characteristica deß gegebenen Logarithmi 4 ist / so ist die verlangte Zahl $35678\frac{94}{100}$. Wir wollen auch dieses außsetzen:

Der gegebene Logarithm.

4. 5524118

Der gefundene Logarithm.

3. 5523031 dessen absolut-Zahl

$3567|8\frac{94}{100}$

1087

```
         3
         4 (2
      3  5  8 (1
   1  1  3  5  4
   7  2  9  4  7 (9
1  0  8  7  0  0  0 (893
   1  2  1  7  7  7
      1  7  1  1
         1  2
```

Was den Gebrauch der Logarithmorum betrifft/ so bestehet selbiger darinnen 1. Wann man 2. Zahlen miteinander multipliciren solle/ so nehmet man stat derer ihrer Logarithmos, addiret die zusammen/ so kommet der Logarithmus deß Products Z. E. man soll 96 durch 89 multipliciren.

Logarithmus von 96.	1.9822712	Adde
Logarithmus von 89.	1.9493900	
Summa Logg.	3.9316612	

dessen absolut-Zahl ist 8544 / welche auch das Product ist dieser 2. Zalen wo man sie multipliciret hätte.

Wann man sich aber der Multiplication allein zu bedienen hat / so ist das Aufsuchen und Schreiben der Logarithmorum, besonders bey einem/ der das Ein mal Eins wol kan / gar zu mühsam / und machet ein geübter das Exempel eher / ehe er die Logarithmos aufsuchet / besonders wann man vermuthet / daß mehr Zahlen als 4 im Product her-

herauß kommen werden/ so kan man den Logarithmum in der Tafel nicht finden/ und wo man die übrigen Ziffern erst nach obiger Arth darzu suchen wolte/ so wurde die Müh noch grösser fallen/ so daß man das gemeine Multipliciren gerne darvor thun solte.

2. Wann man 2 Zahlen miteinander dividiren soll/ so subtrahiret man den Logarithmum deß Divisoris vom Logarithmo deß Dividendi, so ist der Rest der Logarithmus deß Quotienten. Z. E.

Logarithm Dividendi	8544.	3.9316612
Log. Divisoris	96	1.9822712 subt.
Der Rest.		1.9493900 Log.

Hiermit gehet es noch was bessers an/ weilen nicht eben jedesmahl gar zu grosse Zahlen vorkommen.

dessen absolut-Zahl 89 ist/ der verlangte Quotient.

3. Der vornehmste Nutzen bestehet in der Regul Detri, zu machen wo das Facit nicht über 4 Ziffern groß verlangt wird/ wiewolen es wol der Mühe werth ist/ daß man das Facit was accuraters außfinde. Hierbey aber gehet es also zu. Man addiret die Logarithmos der andern und dritten Zahl/ und subtrahiret von der Summa den Logarithmum der ersten Zahl/ (dieses verstehet sich von der Regula de Tri directa, dann in der inversa subtrahiret man von der Summen der Logg. von der ersten und andern Zahl den Logarithmum der dritten) so

gibet der restirende Logarithmus die verlangte vierte Zahl. Z. E. 7852 Soldaten erfordern allerwochentlichen vor ihre Unterhaltung 6962 fl. wie viel erfordern 9785 Soldaten?

Log. { 9785. 3.9905608 / 6962. 3.8427340 } Add.

Suma der Log. 7.8332948
Log. 7852. 3.8949803 subtr.

Verlangter Log. 3.9383145 dessen absolut-Zahl 8676 bey nahe ist.

Insonderheit aber sind sie von über grossen Nutzen in Astronomischen- Geographisch- und Geometrischen- Rechnungen bey denen Sinus, Tangenten und Secanten Tafeln/ da man jederzeit eines überauß verdrießlichen multiplicirens dividirens mit gantzen Sinubus, Tangentibus und Secantibus, von 7. 8. und mehrern Zahlen entübriget seyn / und das / was man suchet/ durch ihre gebührende Logarithmos gantz bequem und leicht finden kan / die insonderheit darzu außgerechnet/ und ihren Tafeln beygefüget worden/ wie wir künfftig hinhören werden.

4. Vor die Außziehung der Quadrat-Wurtzel: da man der vorgegebenen Quadrat-Zahl Logarithmum halb theilet/ so weiset solcher halbe Theil den Logarithmum der Wurtzel/ wie man verlangt hat. Z. E. Man soll auß der gegebenen Zahl 9801 die Quadrat-Wurtzel ziehen.

Logar-

Logar. von 9801. 3. 9912704
halbirt 1.9956352 dessen absolut-Zahl die verlangte Wurtzel ist/ nemlich 99.

5. Vor die Außziehung der Cubic-Wurtzel: da man deß vorgegebenen Cubi Logarithmum durch 3. dividiret/ so gibet der dritte Theil den Logarithmum der verlangten Cubic-Wurtzel. Z. E. Man soll auß der gegebenen Zahl 9261 die Cubic-Wurtzel ziehen:

2
Log. von 9261. 39666579 (1. 3222193 Log
33333333 dessen absolut-Zahl die verlangte Wurtzel 21 gibet.

Und hiermit hätte auch das Logarithmische Rechnen seine Endschafft/ da wir dann das meiste / so was nutzen kan / beygebracht haben/ wer sich nun hierinnen recht um sehen will / der kan der Logarithmorum Nutzen in kurtzem mit sonderer Anmuth erfahren.

Der Rechen-Kunst Achter Theil/

Logiſtica Sexagenaria oder Das Aſtronomiſche Rechnen.

Das 1. Capitel.

Von denen Aſtronomiſchen Zahlen.

DIe Logiſtica Sexagenaria oder das Aſtronomiſche Rechnen iſt die jenige Practic zu rechnen/ die da mit Aſtronomiſchen Zahlen um gehet. Die Aſtronomiſche Zahlen ſeyn die/ deren ſich die Stern-Gelehrte bey Außrechnung der Geſtirn-Bewögungen und Zeit Periodorum bedienen/ da ſie lehren/ in was vor einer Zeit eine Himmliſche Bewögung abſolviret / oder was vor eine Bewögungs-Gröſſe in einer gegebenen Zeit verrichtet werde. Und dieſe Rechnungs-Arth iſt bey Außrech-

rechnung der Finsternüssen / Aufrichtung der Himmels-Thematen / Außfertigung der Calender / und in der gantzen Sternen-Lehr sehr nothwendig / weßwegen man auch selbe / gleich der gemeinen Rechen-Kunst / auß dem Grunde erlernen soll.

Die Astronomische Zahlen.

Weilen der Gestirne Bewögunge circular seyn / so zehlet man sie auch nach denen Circuln und dessen Theilen. Der Circul wird getheilet in 360 Grad / ein jeder Grad widerum in 60 Minuta oder erste Scrupel / ein jeder erster Scrupel in 60 Zweite / und diese in 60 Dritte und dieses so fort biß auf die zehende Minuta / oder auch weiter / wo es von Nöthen ist.

Uber dieses wird auch der Zodiacus (der in dem Astronomischen Rechnen meistens betrachtet wird) in die 12 gemeine oder 6 natürtürliche Zeichen eingetheilet. Und hält ein gemeines Zeichen 30 / ein Physicum oder natürliches aber 60 Grad. Hierauß erhellet / daß die Astronomische Bewögung sich in Circul / Zeichen / Grad / Minuten / Secunden / Tertien &c. als gantze und Theile zertheile. Der Grade Zeichen ist eine über der Zahlen stehende Nulle / der ersten Minuten ein Strichlein / der zweiten 2 und der dritten 3 Streichlein &c. also /

$\overset{0}{3}.\ \overset{\prime}{7}.\ \overset{\prime\prime}{12}.\ \overset{\prime\prime\prime}{39}.\ \overset{\prime\prime\prime\prime}{52}.$ Was die Collection dieser Bewögungen betrifft / so sammelt man die Minuten in Grade / diese in Zeichen (in natürliche

 und

und gemeine) und Circul; oder in Sexagenas primas, secundas tertias etc. Und hat eine Sexagena prima 60 Grad ein Sexagena secunda aber hålt 60. primas oder 3600 Grad/ eine Sexagena tertia hat 60. secundas oder 216000 Grad/ und also steigen sie immer in 60 facher Proportion fort/ so weit/ als es der Gebrauch erfordert. Diesem nach steiget man in Theilung der Astronomischen Bewögung ab/ in der Collection aber auf/ und zwar beyderseits durch eine 60 fache Ration. Aber man sehe nachgesetzte Tafel/ die/ wo man lincks darinnen fortgehet/ weiset/ wie viel ein Grad Minuta prima, secunda etc. hålt/ gehet man aber von der rechten Hand gegen der lincken/ so weißt man/ wie viel Grad eine Sexagena prima, secunda, etc. hålt.

Ein Grad hat Minuten				Eine Sexagena
1 a	60		1 a	
2	3600		2	
3	216000		3	
4	1296000	hat	4	
5	777600000	Grad	5	
6	46656000000		6	
7	2799360000000		7	
8	167961600000000		8	
9	10077696000000000		9	
10	604661760000000000		10	

Die Zeit/ das ist die Daurung der Bewögung zehlet man nach Jahren/ Monaten/ Tagen/

gen/ Stunden/ ersten/andern/dritten ꝛc. Minuten/ biß auf zehne/ oder so weit es nöthig ist/ und auch nach Sexagenis. Das Jahr ist entweder Astronomisch oder gemein. Das gemeine ist entweder Julianisch oder Egyptisch. Das Julianische hat 12. Monat. Der Monat hat 28/ oder 29/ 30 oder 31 Tag. Der Tag hat 24 Stunden/ die Stund hat 60 Minuta prima, ein Minutum primum hat 60 secunda, ein secundum 60 tertia etc. Ein Egyptisches Jahr hat 12 Monat/ ein Monat aber hält gleich durch 30 Tage/ die in ihre Stunden und Minuten/ wie die Julianischen eingetheilet werden. Ein Astronomisches Jahr hat nach denen Alphonsinern 365 Tage/ 5. Stund/ 49 erste Minuten/ 16. andere/ nach andern ist es auch anderst. Die Stern-Gelehrte theilen durchs absteigen/ in deme sie das gantze in Minuten oder 60 Scrupla prima, das primum in so viel secunda u. s. f. theilen durchs aufsteigen aber sameln sie die Tage in Sexagenas, dergestalten/daß 60 Tage eine Sexagenam primam, 60 Sexagenæ primæ eine Sexagenam secundam oder 3600 u. s. f. außmachen.

Die Tag und Scrupel der Tage bezeichnet man also. $12^{o}/ 14^{I}\ 7^{II}/ 16^{III}/ 20^{IIII}/ 23^{V}$. und bedeutet 12 Tage/ 14 erste/ 7 andere 16 dritte/ 20 vierte/ und 23 fünffte Scrupel. Die Tag/ und derer Sexagenas bezeichnet man also: $32^{5x}/ 29^{4x}/ 18^{3x}/ 37^{2x}/ 15^{1x}/$ und bedeuten 15 erste/ 37 ande-

andere/ 18 dritte/ 29 vierte/ und 32 fünffte Sexagenas.

Das 2. Capitul.

Von denen Astronomischen so genannten Specien.

Die Astronomische Zehlungen.

In der Notation Astronomischer Zahlen stehen drey Stücke zu beobachten. 1. Die rechte Stellung/ 2. Die rechte Bezeichnung/ 3. Die rechte Außsprechung oder Zehlung. Und ob man gleich auß besagtem leicht verstehen kan/ wie sich diese 3 Stücke verhalten müssen/ so wollen wir dennoch solches durch etliche Exempel erklären.

1. Exempel in denen Bewögungen.

	Zeichen	Grad	Scrupel
Notation	S.	0	I II III IIII V VI
Zahlen	10	28	13/18/28/39/52/49. d. i.

10 Zeichen/ 28 Grad/ 13 erste/ 18 zweite/ 28 dritte/ 39 vierte/ 52 fünffte/ und 49 sechste Scrupel

Oder

	Sexagena			Grad	Scrupel
Notation	3æ	2æ	1æ	0	I II III IIII V
Zahlen	7	17	12	37/	29/18/24/29/38/ d. i.

7 Sexa-

7 Sexagenæ tertiæ, 17 secundæ, 12 primæ, 37 Grad/ 29 erste/ 18 andere rc. Scrupel.

Die Astronomische Addition.

1. Setzet man die gleichen Zahlen species untereinander/ als die Sexagenas primas unter die Sexagenas primas, die secundas unter die secundas, die Grad unter Grad / Jahr unter Jahr / die erste Scrupel unter die erste rc. läßt eine gebührende Weite zwischen denen Species/ damit man sie sonder Fehler von einander unterscheiden kōñen/ wie in nachfolgenden Exempeln geschehen.

2. Wann eine Stelle von einer Reihen fehlet/ und keine Zahlen hat/ so setzet man statt derer eine Nullen/ wie im ersten Exempel in der Reihen der andern Scrupel zu sehen.

3. Ziehet man unter alle Zahlen/ die man addiren will eine Linie/ und fängt die Addition rechter Hand an/ nach gewohnlicher Art/ wann man nun einen Reihen Summen hat/ so nehmet man so viel Unitäten zur folgenden Reihen davon/ als offt die vordere Species in ihr stecket/ den Rest aber setzet man unter die Linie / wie in allen Exempeln geschehen.

1. Exempel man soll in denen Bewögungen addiren.

S.	0	I	II	III	IV.
9.	28.	56.	0.	37.	15.
10.	19.	44.	13.	48.	49.
8.	18.	40.	14.	26.	16.(1
(1(8	(1			(2	7(4(1
29(1	4(8(1	(4		8(6(1	6 0
17	30	10(0(1		60	
		60			

In diesem Exempel machen 60 hintere Scrupel 1 vorders / und 60 prima einen Grad / und 30 Grad ein Zeichen.

N. Die Summa der Zeichen zu sammt der Unität/ so man zuvor darzu genommen/ machet 20/ weilen aber 12 Zeichen einen Circul außmachen / und man die gantzen Circul meistens hinweg wirffet in der Astronomischen Rechnung/ so wird allein diß/ was unter 12 und kleiner dann ein Circul ist/ behalten/ dann bey denen Himmel-Bewögungen fraget man selten/ wie offt ein Gestirn seinen Circul absolviret/ sondern man suchet nur/ in was vor einem Theil deß Circuls selbes zu dieser oder jener Zeit seye/ ist demnach der Zeichen Rest alleine 8.

Das

Das 2. Exempel / da man wider in denen Bewögungen addiren solle.

Sexagenæ				Grad	Scrupel			
4æ	3æ	2æ	1æ	0	I.	II.	III.	IV.
0	49	50	37	45	50	13	9	18
0	17	36	8	53	58	47	0	50
1	7	26	46	39	49	0	10	17

3. Exempel da man addiren soll in tempore.

Jahr	Tag	Stund	Minuten		
			I	II	III
30	38	23	3	18	39
60	59	18	59	27	30
90	98	18	2	46	9.

Die astronomische Subtraction.

1. Schreibe man gleiche Species unter gleiche / mit diesem bedinge / daß die grössere Zahl oben zu stehen komme / wie bey folgendem Exempel zu sehen.

2. Verfahre man wie bey der gemeinen Subtraction. Wann bey einer Specie die obere Zahl grösser dann die unter ist / so daß man deßwegen nicht subtrahiren kan / so entlehne man eine Unität von der obern Zahl der vorhergehenden Specien / und resolviret sie in die nach folgende Speciem, und thu sie zur obern Zahl / wie eben auch in folgendem Exempel gesche-

schehen/doch soll man wissen/ daß die Zahl/ von der man was geborget/ um eins weniger gelte.

3. Wann von der ersten Specie lincker Hand die obere Zahl auch kleiner ist dann die untere/ so borge zur selben ein gantzes Z. E. ei- gantzen Circul zum Zeichen/ ein Jahr zun Tagen/einen Tag zun Stunden ꝛc.

Exempel.

	Zeichen	Grad	Minuten		
	S.	o.	I	II	III
	8	20	0	43	56
	3	28	18	53	58
Rest	4	21	41	49	58

Die Astronomische Multiplication.

Die Practic, die Astronomische Zahlen/so eine 60 fache Proportion halten/ zu multipliciren/ist sehr schwehr/besonders wo man verschiedene Species mit verschiedenen Spicien multipliciren soll/Z. E. Grad mit Minut. Secunden ꝛc. oder Sexagenas primas durch secundas, tertias etc. Wir wollen aber dennoch gantz ordentlich darinnen procediren. Demnach Schreibe man 1. wegen bequemerer Operation die grössere Zahl (so nemlichen auß mehrern Specien bestehet) oben vor den Multiplicandum, die kleinere aber/so wenigere Species hat/ unten vor den Multiplicanten / jedoch so / daß rechter Hand die letztere Species deß Multiplicanten unter

unter der letztern deß Multiplicandi zu stehen kommen/selbe mögen hernacher von verschiedener oder einerley Specie seyn/ wie unten bey denen Exempeln zu sehen. Wo beyde Zahl gleich viele Species hat/ so gilt es gleich/ welche unten oder oben stehet.

2. Ziehe man unter die also gesetzte Zahlen eine Linie/ und fange rechter Hand an/ und führe alle Species deß multiplicanten in alle Species deß multiplicandi nach der in der ordinairen Multiplication gewohnliche Weise/ das Product wo es die Zahl 60 übersteiget/ theile man durch 60/ und setze den Rest unter den Multiplicanten/den Divisions Quotienten aber thu zur vorhergehenden Specie, wie eben auch in folgendem Exempel geschehen.

3. Nach verrichter völliger Multiplication bemercke und unterscheide die auß der Multiplication herrührende Zahlen in ihre Species, solcher gestalten: wann beyderley Zahl nur diese Zeichen hat/o. I. II, III, so addire solche zusammen/ und schreibe sie über das Product, hat sie aber verschidene Zeichen/ Z. E. 1/0/0 und II etc. ingleichen Minuten und Sexagenas, so subtrahire die kleinern von den grössern/ und setze den Rest vor das Zeichen über das Product. Z. E.

	0	I	II	III
	4/	13	42	50
				II
				38
				V
	8/	26	31	40
2.	32	14	36	
I	II	III	IIII	V
2	40	41	7	40

o I II III
Man soll multipliciren 4/ 13/ 42/ 50
II
durch 38. So setze man die Zahlen / wie hie oben zu sehen/und multiplicire 38 mit 50/ komt herauß 1960/ diese dividire man mit 60/ kommen 31/ und bleiben 40 über/ demnach schreibe man die 40 unter den Multiplicanten / die 31 aber unter die vorhergehende Speciem, und darzu muß man auch noch die auß nächst folgender Multiplication entstehende Summen thun. Hinwiderum multiplicire man 42 mit 38/ kommen 1596/ wo man nun diese mit 60 dividiret/ so bringen sie 26/ und restiren 36/ diese 36 setze man unter die 42 und 31/ die 26 aber unter 13.

Hinwiderum multiplicire man 13 mit 38/ und theile das Product 494 durch 60/ kommen 8/ und bleiben 14 über / diese schreib unter die 13/und jene unter 4. Endlichen führe 38 in 4/ kommen 152/ die/ wo man sie mit 60 dividiret/ 2 bringen/und bleiben 32 über/diese schreibe unter 4/ und die 2 besser vornen her. Wann die-

ses

ses geschehen / so bringe man die unter der Linie stehende Zahlen in eine Summen/so bekommet man die Summen unter der zweiten Linie/wañ man nach der Arth verfähret / die wir bey der Addition beygebracht haben.

Und weilen / wo man die secunda mit denen tertijs multipliciret/ selbige quinta, womit secunden, quarta; womit primis, tertia, womit gantzen/secunda geben / und wann man diese so dann mit 60 dividiret/ so bringen sie prima.

Anmerckung

Von der Tabula Sexagenaria vor die Multiplication und Division der Astronomischen Zahlen.

Dieweilen es eine gantz verdrießliche Sach ist / das Multiplications-Product, wo es die Zahl 60 übersteiget / durch 60 zutheilen/ und den gefundenen Quotienten unter die vorhergehende Speciem zuthun/ und bloß den Rest zu behalten; als haben die Künstler mit grossem Verstand eine Tafel oder Canonem Sexagenarium erfunden/worauß man gleich bey erstem Anblick sehen konnte / was auß einer jeden Multiplication vor zahlen und Species herauß kämen. Selbige Tafel bestehet auß dem Triangul ABC und dem Trapezio DEFG.

Der Gebrauch dieser Tafel ist dieser: wann so wol / der Multiplicandus als Multiplicator grösser ist dann 30/ so suche man den grossen auf deß Triangels rechten Seiten B C, den kleinen aber auf der obern zwerch Linie A B, Ist aber einer von beyden kleiner dann 30/ so suche man den grossen auf deß Trapezii lincker Seiten D E, den kleinen aber auf der überzwerchen Linie DF. Mit diesen Zahlen nun fahre man in beyderley Fall derer gemeinen Quadratulo zu / so findet man in selbem das Product unter beyden Speciebus, der vorhergehenden und nachfolgenden / und bedeutet die lincke Zahl in besagtem Quadratulo den Quotienten / den man der vorhergehenden Speciei untersetzen / die zur rechten Hand aber bemercket den Rest von der Multiplication. Was vor ein Zeichen aber dieser Rest haben solle / wird man oben auß der 3 Bemerckung / und nachfolgender Tafel erlernen.

III
Z. E. Man soll wider / wie vor / 50 mit 38
multipliciren / so suche man 50 auf deß Trianguls rechter Seiten B C, die 38 aber in der öbern Seiten A B, so findet man in dem gemeinen Quadratulo 31/40/ welches in diesem Fall
IIII V I II
31 und 40 bedeutet. Item man soll 13 mit 38 multipliciren/ so suche man 38 auf deß Trapezy lincker Seiten D E, die 13 aber auf der Diagonal Linie D F, so findet man im zusammenkom-

mungs

mungs Quadratulo 8/14/ welche dißfalls 8^{II} und 14^{III} bedeuten

Es dienet aber auch diese Tafel zur Division, wie auß nachfolgenden erhellen soll.

Die Astronomische Division.

Die Theilung der Astronomischen Zahlen durch astronomische Zahlen wird selten gebrauchet / und durch die Tabulam Sexagenariam schwer / ohne die Tafel aber noch schwerer verrichtet. Wer solche nicht hat / der resolvire den Dividendum und Divisorem durch die multiplicationem Sexagenariam in die letzten Species, die sie haben / und dividire so dann nach gemeiner Weise / den außgefundenen Quotienten bringe er so dann fürters wider durch die fortwehrende Divisionem Sexagenariam gemeiner Arth nach in seine Species.

Z. E. Man soll dividiren 15 Sexagesimas secundas, 5 Sexagesimas primas, 9. Gradus, 12 Minuta, 17 Secunda, 16 Tertia durch 42 Sexagesimas primas, 23 Grad / 35 Minuta und 46 secunda.

2æ	1æ	0	I	II	III
16/	5	9	12	17	16
	1æ	0	I	II	
	42	33	35	46	

Tertia 1 2 5 0 8 3 8 8 2 3 6
Secunda 9 1 5 6 9 4 6
Prima 1 3 6 6
Gradus 22 Minuta 46

Man bringet den gantzen Dividendum in Tertien durch die continuirliche Multiplication mit 60/ so hat man die Tertia 12508388236 Gleicher massen bringe man den gantzen Theiler in die Secunda vermittelst eben besagter Multiplication mit 60/ so bekommt man die Secunda 9156946. Nun dividire man die Tertia durch die Secunden/ nach gewöhnlicher Art/ so bekommet man zum Quotienten 1366 Prima, wie auß folgender Tafel erhellen wird. Diese dividire man widerum gewöhnlicher Art nach durch 60/ so bekommet man 22 Grad/ 46 Minuten 2c.

Durch die Tabulam Sexagenariam dividire man also: 1. Schreibe man den gantzen Dividendum mit seinen Speciebus oben hin/ und setze/ lincker Hand anzufangen/den gantzen Theiler mit seinen Speciebus darunter/ also/ daß entweder dessen letzter Figur lincker Hand unter der letzten deß Dividendi, wo der Divisor kleiner ist dann das Membrum dividendi, wormit er correspondiret/ oder den nächstfolgenden

den/ wo er grösser ist/ zu stehen komme. Dann mache nach beyden Zahlen rechts den halben Mond/ worinn der Quotient kommet/ wie sonsten in der gemeinen Division geschihet/ und in beygefügtem Exempel bey A und B geschehen.

2. Wann die erste Species deß Theilers und Dividendi mehr ist dann 30 so gehe man in die Triangular Tafel/ und suche den Theiler auf der öbern Seiten A B, den Dividendum aber in der untergesetzten perpendicularen Reihen/ oder wann der Dividendus in bemeldter Reihen nicht genau gefunden wird/ so suche man die nächst kleinere Zahl/ und gehe mit selber Zahl gegen deß Trianguls rechte Seiten B C, so findet man den Quotienten den man hinter in den halben Mond setzen kan. Ist aber eine erste Species entweder deß Theilers oder Dividendi kleiner dann 30/ so gehe man in die viereckichte Tafel/ und suche den Theiler auf der lincken Seiten der Tafel D E, den Dividendum aber auf der zwerch Column, oder auch die nächstkleinere Zahl/ wo man nun von dieser Zahl gerade hinauf gehet biß zur Tafel Anfang/ so findet man auf derer zwerch Seiten D F den Quotum, den man in den halben Mond setzen kan/ wie bey L geschehen.

3. Den gefundenen Quotienten multiplicire man in den gantzen Theiler/ nach der bey der Multiplication erklärten Arth/ wie im C geschehen.

4. Das multiplications Product bringe man in eine Summen / die in ihre Species gebührend unterscheiden seye/wie bey D zu sehen/ und subtrahire solche Summen von Dividendo, worunter der Divisor stehet / und schreibe den Rest darunter/wie bey E geschehen.

5. Diesem untergesetzten Rest füge man so dann eine andere Speciem deß Dividendi bey/ wie bey F, setze den Divisorem wider unter / wie sonsten in der Division zu geschehen pfleget/und bey G zu sehen/und widerhole alle Operationes, wie zuvor und in H, I, K, M, geschehen.

6. Wañ mehrere Species dividendi übrig seyn/so widerhole man vor ermelte Operations-Arth wider/biß alle durch gemachet seyn. Wañ nach frisch untergesetztem Theiler selbiger grösser ist dann der Dividendus, worunter er stehet/ so setze man eine Nullen in Quotienten / und rücke den Theiler fürters / und operire wie zuvor. Wo etwas von der Division überbleibet / und man wolte durch eben den Divisorem fürters theilen / füge man dem Rest rechter Hand noch andere Species an Nullen bey / und dividire solche Zahl widerum nach bereits erklärter Arth / so kommt man biß auf die kleinisten Theilichen.

Exempel der Division.

		2æ	1æ	0	I	II	III
1. der Dividendus	A.	16.	5.	9.	12.	17.	16
			1æ	0	I	II	III
Theiler	B.		42,	23,	35	46	(22 L.

die Zahlen auß der Multiplication deß Quotienten mit dem Theiler	C	15.	8.	12	16.	52
			24	26	50	

		2æ	1æ	0	I	II
die Summa die man vom Dividendo subtrahiren muß.	D	15.	32.	39	6	52

			1æ	0	I	II
Rest von der Subtr.	E	00	32.	30,	5,	25

		1æ	0	I	II	III
2. neuer Dividendus	F	32.	30,	5	25	16
			1æ	0	I	II
Theiler	G		42	23	35	46
				0	I	
				(22	46 M.	

die Zahlen/ so auß multiplication deß neuen Quotient mit dem Theiler entstanden	H	32	17	26	35	16
			12	38	50	

		1æ	0	I	II	III
Summ/ so auß dem neuen Dividendo zu subtrahiren	I	32	30	5.	25	16
Subtractions Rest	K	00.	00	0	00	00

Der Dividendus und Divisor seyen A, B, man setze demnach selbe/ wie hier oben/ und weilen deß Dividendi erste Species 16 keiner ist dann 30/ so suche man den Divisorem 42 auf der Seiten D E deß Trapezii, und gehe in selber Column gegen die rechte Hand/ weilen man nun darinnen 16/5 nicht findet/ so nehme man die nächst kleinere Zahl 15/24/ und gehe hinauf/ so findet man 22. Demnach setze man 22 in Quotienten/ wie bey L geschehen/ und multiplicire den Divisorem B damit/ so kommen die Zahlen C, die bringe man in eine Summen D, und subtrahire sie von A, so bleibet vor den Rest die Zahl E. Zu dieser addire noch die letztere Species deß Dividendi, nemlichen 16/ so hat man den neuen Dividendum F, darunter setze man den Divisorem, wie bey G geschehen/ und weilen die letzte Species deß Dividendi und Divisoris grösser ist dann 30/ so suche man die erste Speciem deß Divisoris 42 oben in A B dem Triangul/ gehe dann herab/ so findet man 32/ 12 von dar gehe man gegen die rechte Hand/ so findet man auf der Seiten deß Trianguls B C 46. diese setze in Quotienten/ wie in M geschehen/ und multiplicire damit die Zahlen G, die daher rühende Zahlen H bring in eine Summen I, und subtrahire selbe von F. Wird also der Quotient seyn 22/ 46.

7. Nach vollbrachter Division, bemercke mit seinen gebührenden Zeichen die Species deß

 Quo-

Quotienten von der Division, nach jetzt folgenden Tafeln.

Tafeln vor die herausskommende Species.

In der Multiplication der Multiplicandus

4æ	3æ	2æ	1æ	0	I	II	III	IV	
8æ	7æ	6æ	5æ	4æ	3æ	2æ	1æ	0	4æ
7æ	6æ	5æ	4æ	3æ	2æ	1æ	0	I	3æ
6æ	5æ	4æ	3æ	2æ	1æ	0	I	II	2æ
5æ	4æ	3æ	2æ	1æ	0	I	II	III	1æ
4æ	3æ	2æ	1æ	0	I	II	III	IV	0
3æ	2æ	1æ	0	I	II	III	IV	V	I
2æ	1æ	0	I	II	III	IV	V	VI	II
1æ	0	I	II	III	IV	V	VI	VII	III
0	I	II	III	IV	V	VI	VII	IIX	IV

Multiplicans

In der Division
Der Dividendus

4æ	3æ	2æ	1æ	0	I	II	III	IV	
0	I	II	III	IV	V	VI	VII	IIX	4æ
1æ	0	I	II	III	IV	V	VI	VII	3æ
2	1æ	0	I	II	III	IV	V	VI	2æ
3æ	2æ	1æ	0	I	II	III	IV	V	1æ
4æ	3æ	2æ	1æ	0	I	II	III	IV	0
5æ	4æ	3æ	2æ	1æ	0	I	II	III	I
6æ	5æ	4æ	3æ	2æ	1æ	0	I	II	II
7æ	6æ	5æ	4æ	3æ	2æ	1æ	0	I	III
8æ	7æ	6æ	5æ	4æ	3æ	2æ	1æ	0	IV

Divisor

Vor die heraußkommende Speciem suche man beyderseits die Speciem deß Dividentis auf der rechten Seiten in der hierbeygefügten Tafel und deß Multiplicandi seine oben / so gibet beyder Concursus die heraußkommende erste Speciem, d. i. die kleineste und so auch mit andern.

Vor die emergirende Speciem in der Division suche man die Speciem dividentis auf der rechten Seiten der zweiten Tafel/deß Dividendi seine aber oben auf/ so gibet derer Concursus im viereck die erste Speciem emergentem, d. i. die gröste/und so auch mit andern.

Der

Der Rechen-Kunst Neundter Theil/ Die algebraische Buchstaben-Rechnung.

Das I. Capitel. Die Species der einfachen Quantitäten.

Diese Rechnung bedienet sich stat der Zifern / die sich bißher abgehandelte Rechen-Kunst gebrauchet / der Buchstaben deß Alphabets, a, b, c, etc. wordurch sie eine jede Quantität/ keine Arth derer außgeschlossen / außtrücket/ Z. E. der Buchstaben a kan entweder eine Zahl/oder Linie/oder Figur/oder Proportion, oder eine andere Quantität/ nach Belieben bezeichnen: allwo zu mercken stehet / daß meistentheils gleiche Quantitäten durch einerley Buchstaben bemercket werden/ Z. E. durch a und a kan man verstehen 2 gleiche Linien / 2 Zahlen oder rationen 2c. Ungleiche Quantitäten aber bemercket man durch unter-

unterschiedene Buchstaben / Z. E. durch a und b etc. Das Zeichen aber / wordurch man gleiche Quantität zu exprimiren pfleget / ist dieses =/ Z. E. a = a oder a = b, ist so viel / als wann man saget a ist gleich a etc.

Wann einerley Quantität etlich mahl soll genommen werden / so setzen die Algebraisten dem Buchstaben / so diese Quantität exprimiret / die gebührende Zahl vor / Z. E. 2 a bedeutet/daß die Quantität a 2 mahl genommen worden; also 3 b oder 4 b bezeichnet das drey oder vierfache b.

Eben also wann man einer Quantität Theil nehmen will / so setze man selber eine Bruch-Zahl vor / Z. E. $\frac{1}{2}$ a, $\frac{1}{3}$ b, $\frac{2}{3}$ c etc. Wann man dieses wohl eingenommen / so kan man gleich zu denen Operationen schreiten / die sich in dieser Rechnung eben also / wie in der gemeinen verhalten.

Die Addition einfacher Quantitäten.

Allwo man 1 mercken soll / ob die Quantitäten/so zu addiren seyn / einerley oder verschiedene Buchstaben haben; dann wann sie mit einerley Buchstaben bezeichnet seyn / so addiret man nur die vorgesetzte Zahlen / (allwo man wissen soll/ daß eine jede Quantität die vornen keine Zahl hat / eben so zu halten seye / als ob vor ihr eine Unität stünde / Z. E. a gilt eben so viel als 1 a) und setzet die Summ vor den gemeinen Buchstaben. Z. E.

			c
Add. {	a	b	2c
	a	2b	4c
Summa	2a	3b	7c

Haben aber die zu addirende Quantitäten verschiedene Buchstaben/ so geschihet derer Addition durch zwischen setzung dieses Zeichens †/ welches bedeutet mehr/ Z. E. a † b bedeutet/ daß diese Quantitäten in eine Summen gebracht worden/ allwo zu mercken stehet/ daß dieses Zeichen † jedes mahl zu der Quantität/ derer es vorgesetzt wird/ referirt werde/ als wie hier zu b, bemerckende/ das selbe zur vorhergehenden zu addiren seye. Z. E.

Add. {	a	2a	3a	a	2ab	2ab
				b		
	b	b	b	c	3ab	3bc
	a†b	2a†b	3a†b	a†b†c	5ab	2ab†3bc

Und wann man die einfachen Quantitäten auf diese Weise durch das Zeichen † addiret/ oder durch dieses Zeichen —/ welches weniger bedeutet/ von einander subtrahiret/ so nennet man solche/ zusammen gesetzte Quantitäten. Und weilen man dergleichen zusammen gesetzte Quantitäten auch untereinander zu addiren pfleget/ als solte man auch derer Operation hier gleicher massen anzeigen/ wo man nicht vorhero die Subtraction der einfachen Quantitäten

ten wissen müste / derer Erkanntnüß vorhero will nothwendig seyn.

Die Subtraction der einfachen Quantitäten.

Bey Subtrahirung der Quantitäten/ so mit einerley Buchstaben bezeichnet seyn/ verfähret man/ wie bey der Addition gemeldet worden/ man subtrahiret nemlichen eine Zahl von der andern/ und setzet den Rest vor den gleichen Buchstaben. Z. E.

6 a	4 b	6 c
3 a	3 b	c
3 a	b	5 c

Seyn die Buchstaben nicht einerley/ so geschihet die Subtraction durch die zwischensetzung deß Zeichen —/ welches weniger bedeutet. Z. E.

a	2 a	c	3 ab	2 ab
b	c	3 d	2 ab	2 bc
a — b	2a — c	c — 3d	ab	2ab — 2bc

Und stehet auch allhier zu mercken / daß das Zeichen — zu dem Buchstaben / vor welchem es stehet/ zu referiren seye/ Z. E. a — b bedeutet / daß der Buchstab b von a subtrahiret worden/oder noch zu subtrahiren seye/ muß demnach die vorhergehende Quantität a nothwendig grösser dann die nachfolgende b seyn: wo man

man aber nicht weißt/ welche von beyden grösser seye/ so setzet man zwischen selbe/ damit man wisse/ daß diese Quantitäten voneinander zu subtrahiren seyen/ dieses Zeichen ⚌ als a ⚌ b, a — b oder b — a, nach dem nemlichen eine grösser ist als die andere bedeutet.

Multiplication der einfachen Quantitäten.

Wann man die einfachen Quantitäten multipliciren will/ so setzet man die Buchstaben untereinander. Z. E.

Man multi-	a	a	bb	ab	ab	bb
plicire mit	b	a	b	c	cd	bc
Product	ab	aa	bbb	abc	abcd	bbbc

Allwo zu mercken ist/ daß nichts daran gelegen/ in was Ordnung man die zu multiplicirende Buchstaben schreibe/ dann a b gilt eben so viel als b a, und bedeutet beydes/ das die Quantitäten a und b unter sich multipliciret worden/ oder noch zu multipliciren. Hernacher wisse man/ daß/ gleich wie auß Führung einer Zahl in sich selbsten ein Product entstehe/ welches man ein Quadrat nennet/ gleich wie 16 das Quadrat von 4 ist/ eben auch wann ein Buchstaben/ nemlichen a in a geführet werde/ das Product a a das Quadrat der Quantität a seye. Und aaa derer Cubus und s. f. Ist demnach aa eine Quantität von zweyen dimensionen/ aaa von dreyen

und aaaa von vieren etc. Welche Quantitäten man Kürtze halber zum öfftern also schreibet a^2, a^3, a^4, etc. indeme man die Zahl / so derer Dimension bedeutet hintenher setzet / welches man fleissig mercken soll / damit man sie nicht mit denen Quantitäten / die die Zahl vornen haben / confundire. Also ist $2a$ sehr weit von a^2 unterscheiden / dann das erste bedeutet / daß die Quantität a von einer Dimension seye / aber 2 mahl genommen worden / das andere aber bedeutet / daß es von 2 Dimensionen seye. Wann man demnach vor bbb c schreibet b^3c, so gehöret die Zahl 3 zu b, und nicht zu c etc.

Wann bey denen Quantitäten / die man multipliciren will / vornen Zahlen stehen / sie mögen gleich gantz oder gebrochen seyn / so muß man vorhero die Zahlen miteinander multipliciren / und hernacher die Quantitäten / derer Product man das Product der Zahlen fürsetzen soll. Z. E.

$2a$	$3a$	$\frac{1}{2}a$	$\frac{1}{2}c$	$\frac{1}{2}aa$	a^3
$4b$	d	$\frac{1}{3}a$	$\frac{1}{2}d$	ab	$3b^3$
$8ab$	$3ad$	$\frac{1}{6}aa$	$\frac{1}{4}cd$	$\frac{1}{2}a^3b$	$3a^3b^3$

Die Theilung der einfachen Quantitäten.

Wann man eine einfache Quantität theilen will / so muß man sehen ob die Quantität / die man theilen soll / und der Theiler einen oder etliche

liche gemeine Buchstaben haben/ da man dann nichts anders thut/ als daß man beyderseits die gemeine Buchstaben hinweg nehmet / und den Rest Dividendi vor den Quotienten schreibet/ deme man nach Form der Brüche das übrige deß Theilers oder eine Unität (die man aber nicht allemal schreibet) unten beysetzet / wie auß nachgesetzten Exempel erhellet.

```
   á b (b                    á a (a
   á                         á

   á b' c (c              8 a b (2a
   á b'                   4   b

   a b ⎧ ab                 a ⎧ a
   c   ⎩ ──                 b ⎩ ─
         c                      b

 á b c (b c               á 4 b (a b
 á                        á 3

 1/8 á a b' (1/2 a        3 a 3 c 4 (3 c 4
 1/4 á   b'                 a 3

            a b c ⎧ ab
            c d   ⎩ ──
                     d
```

Das 2. Capitul.

Die Species der zusammengesetzten Quantitäten.

Addition der zusammengesetzten Quantitäten.

HIer muß man sehen / ob die Quantitäten / die man addiren soll / einerley Buchstaben haben / zugleich auch die Zeichen/ die denen Quantitäten vorgesetzet seyn/ betrachten/ und bey solchen nach denen folgenden Reguln verfahren

1. Regul

Einerley Zeichen bringet einerley

Exempel der Addition

In den Quantitäten / so einerley Buchstaben haben.

$+3a-2b$	$a+2b$	$a-b$	$\frac{1}{2}ab+\frac{2}{3}bb$
$+a-b$	$a+3b$	$a-3b$	$\frac{1}{2}ab+\frac{1}{3}bb$
$+2a-3b$	$2a+5b$	$2a-4b$	$ab+bb$

Additions Exempel

In denen Quantitäten von verschiedenen Buchstaben.

$a+b$	$a+b$	$ab-cd$
$c+d$	$c-d$	$ab+ef$
$a+b+c+d$	$a+b+c-d$	$2ab-cd+ef$

Wann die Quantitäten / die man addiren will/ verschiedene Buchstaben haben / so thut man nichts anders / als daß man sie mit ihren Zeichen / die sie haben/ zusammen hänget/ wie auß obigen Exempel erhellet.

2. Regul.

Die verschiedene Zeichen zeigen an / daß man die zu addirende Quantitäten (die nemlich einerley Buchstaben haben) von einander subtrahiren / und dem Rest das Zeichen der grössern Quantität beysetzen müsse.

Additions-Exempel.

Der (mit einerley Buchstaben bemerckter) Quantitäten / so verschiedene Zeichen haben.

$$\begin{array}{rrrrrr} +&3a & -&3b & -&2a \\ -&2a & +&2b & +&2a \\ \hline +&a & -&b & &0 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 3a&+&5b \\ 2a&-&2b \\ \hline 5a&+&3b \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} a&+&d \\ a&-&4d \\ \hline a&-&3d \end{array}$$

Subtraction der zusammengesetzten Quantitäten.

Hier muß man gleichermassen sehen / ob einerley oder verschiedene Buchstaben vorhanden / und was vor Zeichen beygefüget seyn / wie in der Addition geschehen / übrigens operiret man nach denen folgenden Reguln.

1. Regul.

Einerley Zeichen bringen einerley; außgenommen in denen so genannten Præposteris,

allwo man/wann die grössere Quantität von der kleinern subtrahirt worden/das Zeichen † in — und im Gegentheil das Zeichen — in † verkehret.

Subtractions - Exempel

In denen Quantitäten / so einerley Buchstaben haben.

† 4 a	5 b — 6 c
† . a	3 b — 2 c
† 3 a	2 b — 4 c

2 dd — 3 c † 2 a — 12
dd — c † a — 6
dd — 2 c † a — 6

Subtractions - Exempel

In denen Præposteris

— a 2	† 3 b
— 2 a 2	† 6 b
† a 2	— 3 b

2 a — 2 b	3 bb — 2 a b † 4
a — 4 b	3 bb — 6 a b † 9
a † 2 b	0 † 4 a b — 5

2. Regul.

Die unterschiedene Zeichen zeigen an/daß man die Quantität / so man subtrahiren solte/ (die nemlichen einerley Buchstaben haben) addiren/

diren/ und der Summen das Zeichen der öbern Quantität/ worvon nemlich die Subtraction geschehen solte/ beysetzen muß.

Subtractions - Exempel

Der Quantitäten (so mit einerley Buchstaben bezeichnet seyn) die verschidene Zeichen haben.

† 3 a	— b	a † b
— 2 a	† 2 b	a — b
† 5 a	— 3 b	† 2 b

a — b	4 bb — 2 b † 8
a † b	bb † b — 6
— 2 b	3 bb — 3 b † 14

Wann die Quantitäten / die man von einander subtrahiren soll/ verschiedene Buchstaben haben/ so muß man die Quantitäten/ so zu subduciren seyn/ nur mit contrairen Zeichen an die/ wovon die Subtraction geschehen solle/ hengen.

Subtractions - Exempel

Der Quantitäten von verschiedenen Buchstaben.

a † b	a — b	3 a bc
c † d	c — d	a3 — abc
a † b --- c --- d	a — b --- c † d	† abc — a3

Multiplication der zusammengesetzten Quantitäten.

Hier muß man auf die Zeichen achtung geben/ dann einerley Zeichen bringen † und verschiedene geben —

Multiplications-Exempel

†a	—a	†a
†a	—b	— b
†ab	†ab	—ab

a †b	a—b†c
c	†c
ac†bc	ac—bc†cc

a—b—c	a†b
† d	a†b
ad—bd—cd	†ab†bb
	aa† ab
	aa†2ab†bb

a † b	a—b
a—b	a—b
aa † ab	aa—ab
—ab—bb	—ab†bb
aa—bb	aa—2ab†bb

aa — ab † bb
a † b

a3 — aab † abb
† aab — abb † b3

a3 † b3
2a — b † 3
a — 4

2aa — ab † 3a
— 8a † 4b — 12

2aa — ab — 5a † 4b — 12

In welchen Exempeln es auch gleich gilt/ ob man von der rechten oder lincken Hand die Multiplication anfängt. Und stehet über dieses insgemein zu mercken/ daß die Quantität/ derer kein Zeichen vorgesetzt wird/ vor eine solche zu halten/ die das Zeichen † vor sich hat.

Die Division der zusammengesetzten Quantitäten.

Allhier bringen auch einerley Zeichen/ das Zeichen †/ unterschiedene aber geben das Zeichen — Und liegt nichts daran/ man fange gleich die Operation von der rechten oder lincken Hand an/ und verrichtet man selbige/ wie in der Rechen-Kunst mit Zahlen.

Divisions-Exempel.

Von zusammengesetzten Quantitäten.

† ab(b   — ab(†b
† a   — a

† ab(—b   — ab(—b
--- a   † a

ab†ac(b†c   ab----ac†ad(b----c†d
a   a

Wann aber auch der Divisor eine zusammengesetzte Quantität ist / so operiret man auf nachgesetzte Arth. Z. E. man soll dividiren

ac † ad † bc † bd)
c † d

Da setze ich das erste Membrum der Quantität/die man dividiren soll/nemlichen ac à part gegen die rechte Hand / und schreibe darunter deß Divisoris ersten Terminum, und dividire wie bey den einfachen Quantitäten gewiesen worden/kommt vor den Quotienten † a, den setze ich in Quotienten hinter/ dann multiplicire ich durch diesen Quotienten † a den Theiler c†d, kommt ac † ad, welches Product ich von der Quantitati dividendæ subtrahire/ so ist die erste Operation geschehen / und stehen die Termini also:

ác' †ád' †bc †bd(a
c † d   † ac(a
† a   † c
————————
ác' †ád'

Dann nehme ich von dem Rest Quantitatis dividendæ b c † b d wider den ersten Terminum

num † b c, und procedire damit / wie vorher / so stehet das Exempel / wie folget;

ác' † ád' † b'c' † b'd' (a † b
c † d c † d † a c (a
a † b † c
ác' † ád' † b'c' † b'd' † b c († b
———————————— † c
o o o o

Weilen nun in dieser Division nichts überbleibet / als ist die Operation verrichtet / und geben die Quotienten zusammen den gantzen Divisions Quotienten / so hier a † b ist.

Daß aber nach dieser Arth in der Division recht verfahren worden / solches erhellet daher / weilen / wann man diß / was durch die Division resolvirt worden / durch die Multiplication wider zusammen setzet / der Dividendus wider herauß kommet. Z. E.

c † d
a † b
————
ac † ad
† cb † bd
————————
ac † ad † cb † bd welches Product weiset / das die Division recht verrichtet worden / welches man bey Addir- und Subtrahirung der Quantität / auch beobachten kan / daß nemlich eine durch die andere probiret werde.

Wann man aber aa --- bb durch a † b dividiren solte / so stünden nach der ersten Operation, die Termini also. áá---

```
á á ---- b′b′ | —— á b′ ( a --- b
  a † b                    a a ( a
      a                        a
———————————————
  á á † a b
  ————
     o
```

Allwo zu mercken / daß / weilen auß der Multiplication deß Quotienten a mit dem Divisore a † b, das Product a a † a b entstanden / man so dann aa von aa subtrahire / blibe o, oder nichts / weilen man aber im Dividendo a b nicht hat / so műste man † a b von ---- bb subtrahiren / welches geschihet wann man selbe mit dem contrairen Zeichen ---- hinten an Dividendum anhenget / und darzwischen ein Strichlein machet / wie in obigem Exempel geschehen:

Dann theile ich ---- a b durch † a, und stehen die Termini nach geschehener Division, also:

```
á á ---- b′b′ | ---- a b ( a ---- b
  a † b                    a a ( a
      a                        a
——————————
á á † a b              ---- a b ( ---- b
————                      † a
 o     b † a
       --- b
      ————
  bb ---- á b′
  ———————————
   o
```

Wann die Quantitäten ohne einen Rest nicht

können getheilet werden / so muß mann den Divisorem über den Dividendum setzen / und eine Linie darzwischen zihen/wie bey den Brüchen zu geschehen pfleget. Z. E.

$$\frac{ab}{a+b} \left(\frac{ab}{a+b} \qquad \frac{ad - ae}{d+e} \left(\frac{ad - ae}{d+e} \right. \right. \text{ etc.}$$

Das 3. Capitel.
Von denen Brüchen.

Auß letztens besagtem kan man zugleich den Ursprung der Brüche sehen/ derer Logistica speciosa (d. i. durch die Buchstaben) von deme leicht verstanden wird/ der in denen Brüchen mit Zahlen wol exerciret ist/würde demnach überflüssig seyn/ von selben ausser denen Exempel was mehrers beyzufügen.

Gantze unter einen Bruch zu bringen.

Z. E. $a + \frac{aa}{d}$ wird $\frac{ad + aa}{d}$

Item

$\frac{aa}{d} - a$ wird $\frac{aa - ad}{d}$

Die Reduction der Brüche.

$\frac{aac}{cd}$ (gemeiner Theiler c) $\frac{aa}{d}$

Item

Item

(ab)

$\frac{ab3}{abc}$ $\frac{|\,b2}{|\,c}$

Item

aac ---- aad (c -- d) $\frac{aa}{d}$

|cd ---- dd

Die kleineste Quantität außzufinden/ die durch die gegebene sonder einen Rest kan getheilet werden.

Die gegebene Quantitäten seyen aac und cd, und man soll die kleineste Quantität außfinden / die durch diese sonder einen Rest getheilet werden kan.

Mann bringe die gegebene Quantitäten in einen Bruch/auf diese Weise $\frac{aac}{cd}$, diese reducire man in einen einfachern oder ersten Bruch/ als $\frac{aa}{d}$, setze so dann solche neben einander $\frac{aac}{cd} \times \frac{aa}{d}$, und multiplicire durchs Creutz/ so kommt beyderseits hervor aacd, welches daher die verlangte kleineste Quantität seyn

so

wird/ so durch die gegebene sonder Rest kan getheilet werden/ Z. E.

aacd(d   Item   aacd(aa
aac   cd

Seyn aber die gegebene Quantitates, primitivæ, wie a b und c d, so multipliciret man selbe nur untereinander / so kommt a b c d pro minima communi dividua derer.

Brüch unter einerley Benehnung zu bringen.

Diese Brüche $\frac{b3d}{aac}$ und $\frac{a3}{cd}$ unter eine Benehmung zu bringen/ verfähret man also:

$\frac{b3d}{aac}$	Man suche der Denominatorum minimam	b3dd
	communem dividuã also:	verlangte Zehler a5
$\frac{a3}{cd}$	$\frac{aac}{cd} \times \frac{aa}{d}$	

aacd
gemeiner Nehmer

aacd(d   aacd(aa
aac   cd

Und auf diese Arth seyn die gegebene Brüche unter eine benehmung gebracht/ und stehen also $\frac{b3dd}{aa\,cd}$ und $\frac{a5}{aacd}$

Auf

Auf gleiche Arth bringet man unter einerley Benennung

d) $\frac{b4}{aac - aad}$	aacd ---- aadd	b4d
aa) $\frac{a3 + b3}{cd - dd}$	gemeiner Nehmer	gesuchte Zehler
		a5 + aab3

Wo man dieses wohl eingenommen/ so fället die Addition und Subtraction der Brüche gantz leicht/ wie folget.

Die Addition und Subtraction der Brüche.

Additions-Exempel.

$\frac{a}{c}$ / $\frac{b}{c}$ Sum $\frac{a + b}{c}$ Item $\frac{ad}{d + e}$ / $\frac{cf}{d + e}$ Sum $\frac{ad + cf}{d + e}$

Item $\frac{b3d}{aac}$	gemeiner Nehmer	b3dd
$\frac{a3}{cd}$	wie oben	Zehler/ wie
	aacd	a5 (oben

$\frac{b3dd + a5}{aacd}$

Sub-

Subtractions-Exempel.

$\frac{bb}{c}$ Item $\frac{2\,ad}{d - e}$

$\frac{aa}{c}$ $\frac{2\,ab}{d - e}$

Rest $\frac{bb - aa}{c}$ Rest $\frac{2\,da - 2\,ab}{de}$

Item $\frac{a3 + b3}{cd - dd}$	gemeiner Nenner wie oben	$a5 + b3aa$ Zehler
Subt. von $\frac{b4}{aac - aad}$	$aacd - aadd$	$b4d$

Rest $\frac{a5 + b3aa - b4d}{aacd - aadd}$

Multiplication

Multipl. $\frac{ab}{c}$ durch $\frac{de}{f}$ kommt $\frac{abde}{cf}$

Item a durch $\frac{bc}{d}$ multiplicirt/ bringet $\frac{abc}{d}$.

Item $\frac{a^3}{ab+bb}$ durch $\frac{a+b}{1}$ multiplicirt bringt $\frac{a^4+a^3b}{ab+bb}$

Division.

Dividire durch

$$\frac{aa}{c} \times \frac{bb}{c}$$

Quotient $\frac{bbc}{aac}$ oder $\frac{bb}{aa}$

Item

$$\frac{aa-ab+bb}{c} \times \frac{a^3-b^3}{a+b}$$

$$\frac{a^3c-b^3c}{a^3+b^3}$$

Das 4. Capitel.

Die Außziehung der Wurtzeln.

Die Extraction der Quadrat-Wurtzel.

HIerbey verfähret man / wie bey denen Zahlen/wann man nun auß a a†2ab†bb die Quadrat-Wurtzel extrahiren solte.

So ziehet man erstlich auß dem ersten Termino a a die Wurtzel/welche a ist / die in sich multipliciret/den Quadrat aa bringet/ den man auch von ersten Quadrat oder termino subtrahiret/ so stünde die Operation in dieser Form.

```
aa † 2ab † bb ( a
aa                  aa ( a
——                   a
 o
```

Dann multiplicire man diese außgefundene Wurtzel mit 2/ kommen 2 a vor den Theiler der noch übrigen Quantität 2 a b † bb , von der man den ersten Terminum 2 a b durch den außgefundenen Theiler 2 a theilet/ kommt vor den Quotienten b, den man dem Theiler 2 a beyfüget / also 2 a † b, setzet ihn auch in den Quotienten/wann man demnach diesen Quotienten b in den Theiler 2 a † b führet/ so kommt herauß 2 a b † b b, solches vom Quadrat subtrahiret/ gehet just auf/ stünden die Termini also:

aa † 2ab † bb (a † b
aa 2a † b a a (a
———
0 b
———
2ab † b † b † 2ab († b
2a

Und weilen nach verrichter Operation nichts restirt/ so wird auch a † b die verlangte Wurtzel seyn/ die wo man sie mit sich selbsten multipliciret/ eben obiges Quadrat wider herauß bringet.

Extractio der Cubic-Wurtzel.

Man soll die Cubic-Wurtzel auß a 3 † 3aab † 3abb † b3 extrahiren.

So ziehe man erstlich die Cubic-Wurtzel auß a 3, die ist a, solche setze man in Quotienten/ und subtrahire derer Cubum a 3 vom ersten Termino der Cubischen Quantität/ dann multiplicire man diesen Quotienten in sich selbst/ oder quadrir ihn/ kommt a a, und multiplicire diese Wurtzel a, und dessen Quadrat a a durch 3/ komt 3 a und 3 a a/ stünden die Termini also.

a 3 † 3aab † 3abb † b 3 (a
a 3 a 3 (a Quotient.
———
0 a

a	aa
3	3
3 a	3aa

Dann

Dann dividire man deß Rests zweites Membrum oder Terminum $+ 3aab$ durch $3aa$, kommt vor den Quotienten $+ b$ (den man mit dem ersten Quotienten a vereinbarn muß) eben diesen Quotienten quadrire man / kommt bb, und cubier ihn / kommt b^3, und setze b unter $3aa$, und bb unter $3a$, und b^3 vor diese Terminos hinauß / gegen die lincke Hand / endlichen multiplicire man einen jeden untern Terminum mit seinem obern / komen $3aab$, $3abb$, b^3, und diese Terminos subtrahire man von der Cubischen Quantität / so gegeben worden / wie auß nachgesetztem Exempel erhellet.

$$a^3 + 3aab + 3abb + b^3 \;(a + b$$

$$a^3 \quad 3aab + 3abb + b^3 \qquad a^3 \;(a \text{ Quotient.}$$

$$a$$

$$0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$$

$$a \qquad aa \qquad\qquad 3aab \;(b$$

$$3 \qquad 3 \qquad\qquad 3aa$$

$$3a \qquad 3aa \qquad\qquad b.\; bb.\; b^3$$

$$b^3 \quad bb \quad b \qquad\qquad \square \;\; \text{Cub.}$$

$$b^3 \quad 3abb \quad 3aab$$

Weilen nun nach geschehener Operation nichts überbleibet / so wird $a + b$ die verlangte Cubic-Wurtzel seyn. Und dieses haben wir

hier vom algebraischen Calculo melden und also die Rechen-Kunst durch deß Höchsten Hülffe zu Ende bringen wollen.

Ihme allein sey Lob Ehr und
Preiß darvor gesa-
get.

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Müller, Johann Ulrich,

Der Curieuse und selbst-lehrende Rechen-Meister Das ist Theoretisch-Practische Rechen-Kunst, Worinnen die so genannte Species, in gantzen und gebrochenen Zahlen, die Extractiones Radicis quadratae und Cubicae, die Neperische Stäbleins-Rechnung, die Decimal-Arithmetic, die Regulae Proportionum, nebst dem Grunde der Welschen so genannten Practic, Item die Progressions-Rechnungen, und Logarithmi, nebst dem Calculo Astronomico und

Ulm 1704

Math.p. 367
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082446-2
VD18 90246950